

**Десятый юбилейный профессиональный слёт
разработчиков отечественных CFD кодов
«Отечественные CFD коды – 2023»
(CFD Weekend-2023)
9-10 ноября 2023**

**Разработка
асинхронной GPU-версии неструктурированного
кода КАБАРЕ для вращающихся зон**

И.А. Солнцев, С.А. Карабасов, Г.А. Фараносов

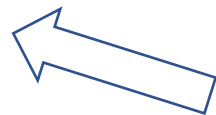
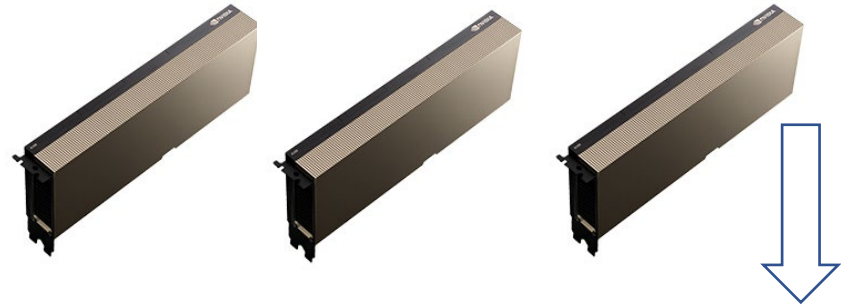
ФАУ ЦАГИ

• Базовый алгоритм Кабаре

Основные свойства

- Консервативный / характеристический метод
- явная схема
- 2й порядок точности
- компактный шаблон
- низкая дисперсия схемы
- малодиссипативная коррекция
- характеристические граничные условия
- гексаэдральные сетки в формате openFOAM

- Цель: использование GPU для метода Кабаре в задачах аэроакустики с вращающимися несущими элементами



• Гиперболизация уравнений Навье-Стокса во вращающейся зоне

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = \mathbf{Q}$$

В левой (гиперболической) части: \mathbf{U} и $\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$ - вектор и потоки консервативных переменных,

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T, \mathbf{F} = (\rho U, \rho U u + p, \rho U v, \rho U w, \rho U E + up)^T$$

$$\mathbf{G} = (\rho V, \rho V u, \rho V v + p, \rho V w, \rho V E + vp)^T, \mathbf{H} = (\rho W, \rho W u, \rho W v, \rho W w + p, \rho W E + wp)^T$$

здесь $(u, v, w)^T, p, \rho, E$ - скорость, давление, плотность и полная энергия

$$U = u, V = v, W = w.$$

В правой части - источники вязких и инерциальных сил:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{in}$$

$$\mathbf{Q}_v = (0, \frac{\partial}{\partial x} \sigma_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{xz}, \frac{\partial}{\partial x} \sigma_{yx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{yz}, \frac{\partial}{\partial x} \sigma_{zx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{zy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz},$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} (u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} + w\sigma_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (u\sigma_{yx} + v\sigma_{yy} + w\sigma_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (u\sigma_{zx} + v\sigma_{zy} + w\sigma_{zz}) \right]^T$$

$$\mathbf{Q}_{in} = (0, q_u, q_v, q_w, uq_u + vq_v + wq_w)^T, \text{ где } (q_u, q_v, q_w)^T = \rho(0, 2\omega w + \omega^2 y, -2\omega v + \omega^2 z)^T$$

здесь ω - угловая скорость вращения



• Алгоритм Кабаре во вращающейся зоне

Предиктор. Суммирование потоков через грани, построение значений в центрах ячеек на промежуточном слое

$$\frac{\mathbf{U}_c^{n+1/2} - \mathbf{U}_c^n}{\tau^n / 2} + \sum \mathbf{F}^n \Delta n_x + \sum \mathbf{G}^n \Delta n_y + \sum \mathbf{H}^n \Delta n_z = \mathbf{Q}_c^n, \quad \underline{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{in}$$

Характеристическая экстраполяция инвариантов и нелинейная коррекция (принцип максимума)

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\pm}^{n+1} = 2\mathbf{R}_c^{n+1/2} - \mathbf{R}_{\mp}^n, \quad \mathbf{R}_{\pm}^{n+1} = \tilde{\mathbf{R}}_{\pm}^{n+1} + \delta_{\min\max}(\mathbf{R}_{\mp}^n, \mathbf{R}_c^n, \mathbf{R}_c^{n+1/2})$$

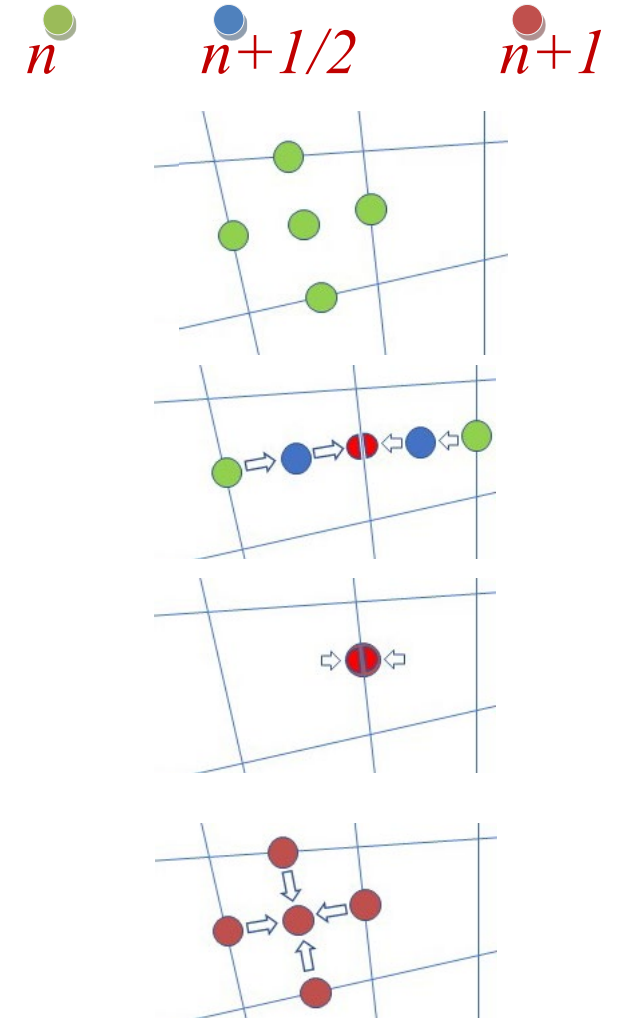
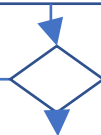
Решение задачи Римана и реконструкция значений на гранях

$$\mathbf{F}_{c+}^{n+1}, \mathbf{F}_{c-}^{n+1}, \mathbf{G}_{c+}^{n+1}, \mathbf{G}_{c-}^{n+1}, \mathbf{H}_{c+}^{n+1}, \mathbf{H}_{c-}^{n+1} = f(\mathbf{R}_{\pm}^{n+1})$$

Корректор. Суммирование потоков через грани, построение значений в центрах ячеек на новом слое

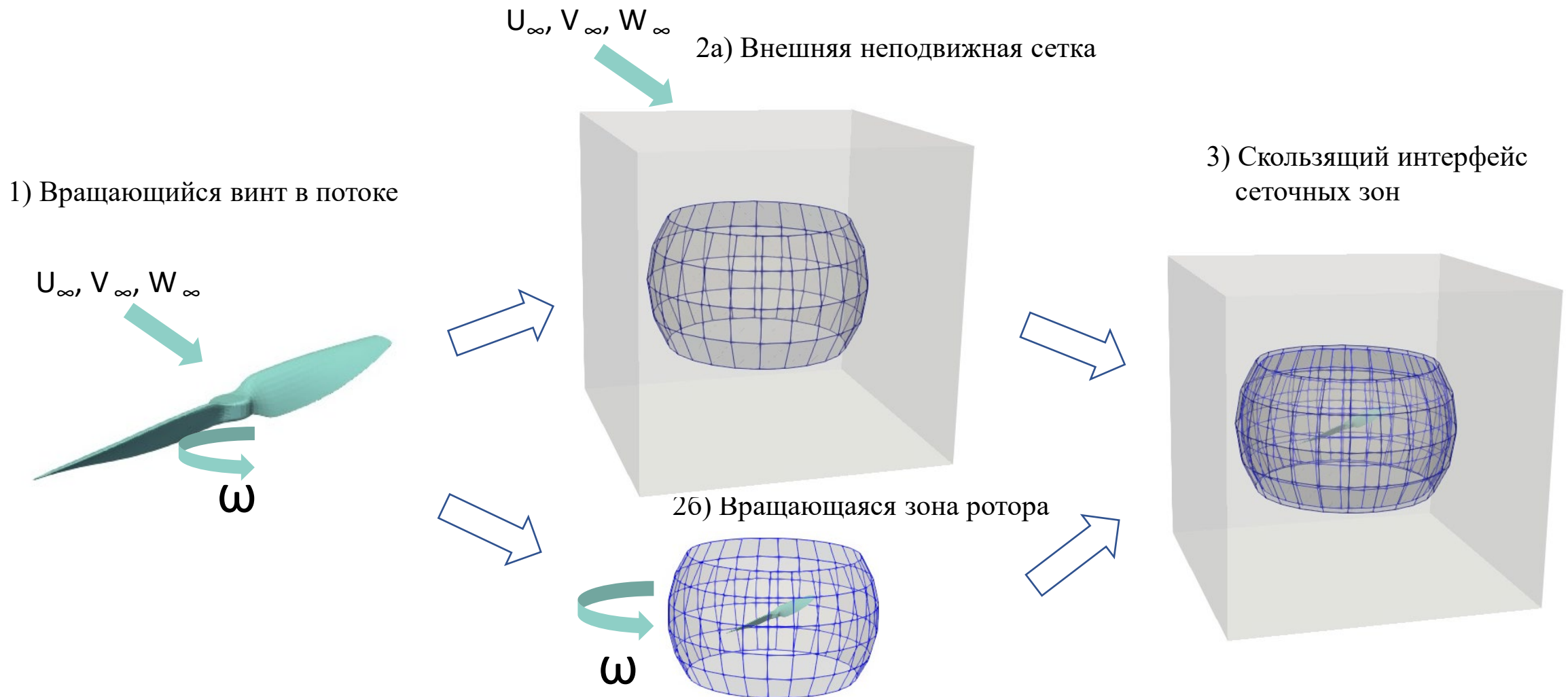
$$\frac{\mathbf{U}_c^{n+1} - \mathbf{U}_c^{n+1/2}}{\tau^n / 2} + \sum \mathbf{F}^{n+1} \Delta n_x + \sum \mathbf{G}^{n+1} \Delta n_y + \sum \mathbf{H}^{n+1} \Delta n_z = \mathbf{Q}_c^{n+1/2}, \quad \underline{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_{in}$$

Новый шаг по времени



S.A. Karabasov, V.M. Goloviznin, JCP (2009)
И.А Солнцев, С.А. Карабасов, МатМод (2022)

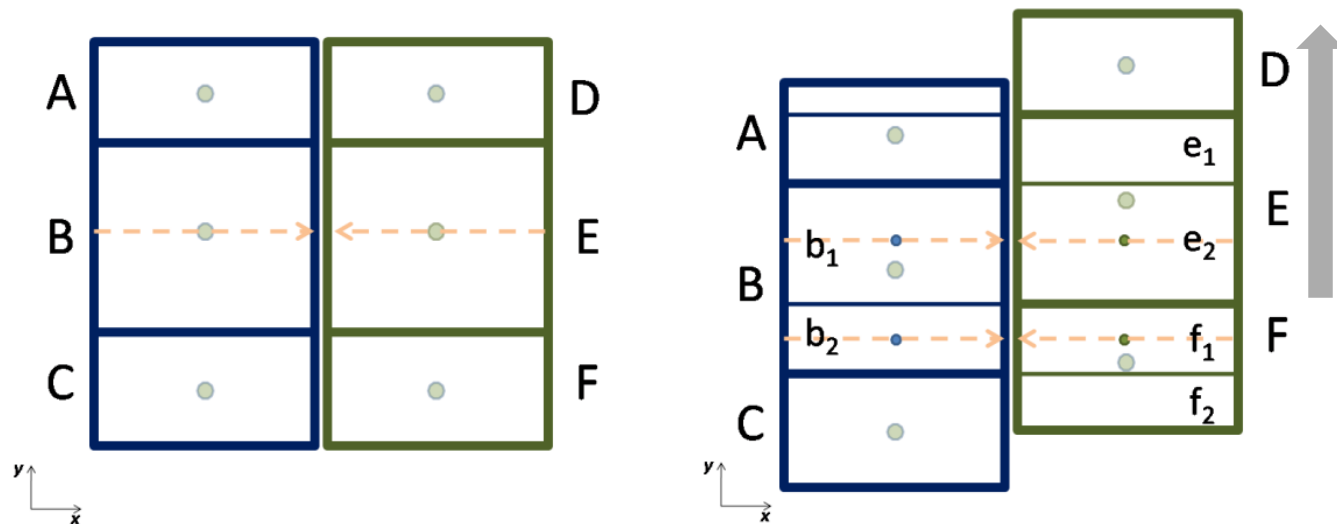
- Контакт сеточных зон. Построение скользящего интерфейса.



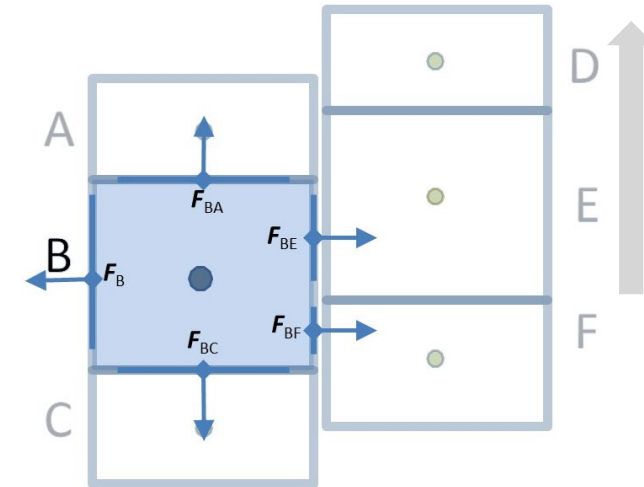
• Модификация алгоритма Кабаре на плоском контакте

Подсеточное разбиение контактирующих ячеек при смещении

1) Характеристическая экстраполяция



2) Предиктор/корректор, суммирование консервативных потоков



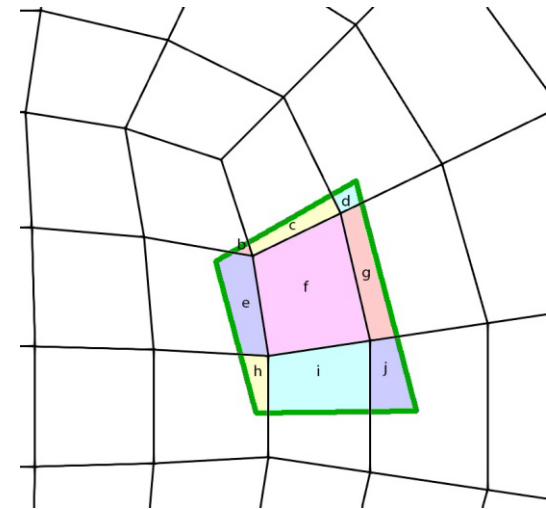
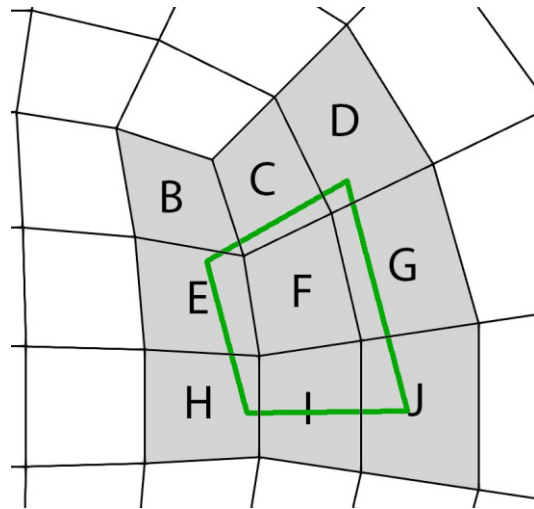
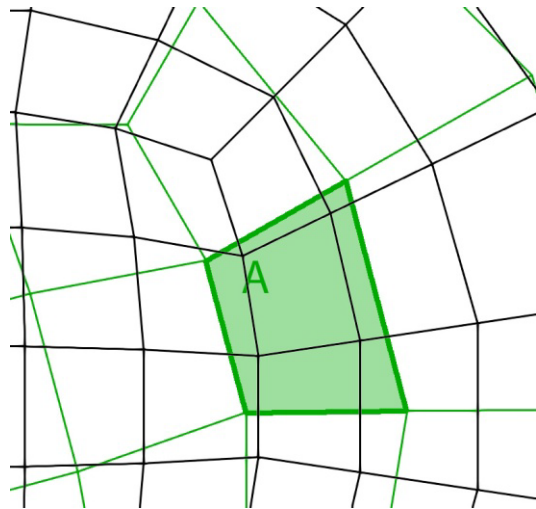
1) Характеристическая экстраполяция Кабаре выполняется для каждой пары субячеек.

2) Суммирование консервативных потоков выполняется по субграницам контактирующих ячеек.

Построение подсеточного разбиения гарантирует попарное равенство потоков через суб-границы и обеспечивает сохранение суммарных потоков через контактную поверхность. !

- Поиск контактов на плоском скользящем интерфейсе.
Алгоритм пересечения полигонов Sutherland-Hodgmann.

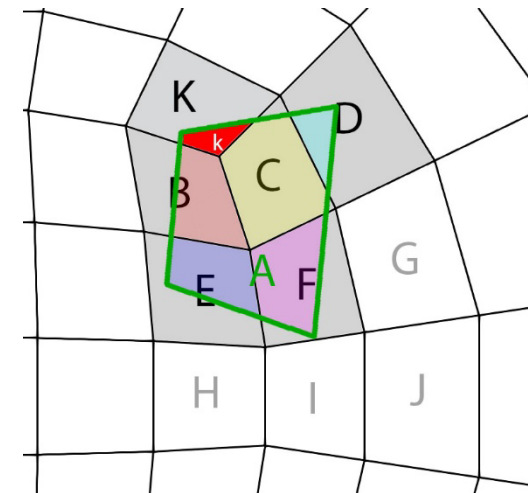
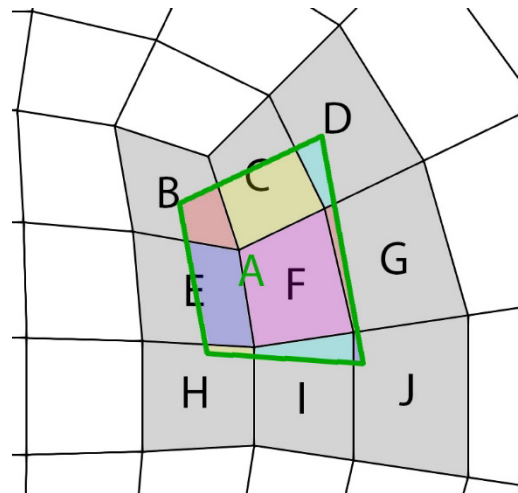
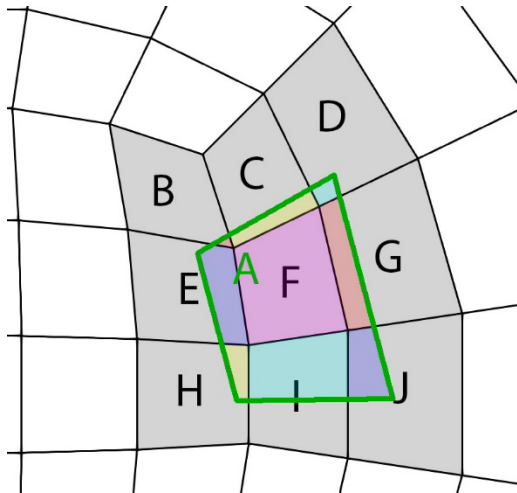
Построение списка контактов/пересечения $A \cap B, C, D, \dots$ с ненулевой площадью суб-граней пересечения (s_b, s_c, s_d, \dots)



I. Sutherland and G.W. Hodgman, CACM, (1974)

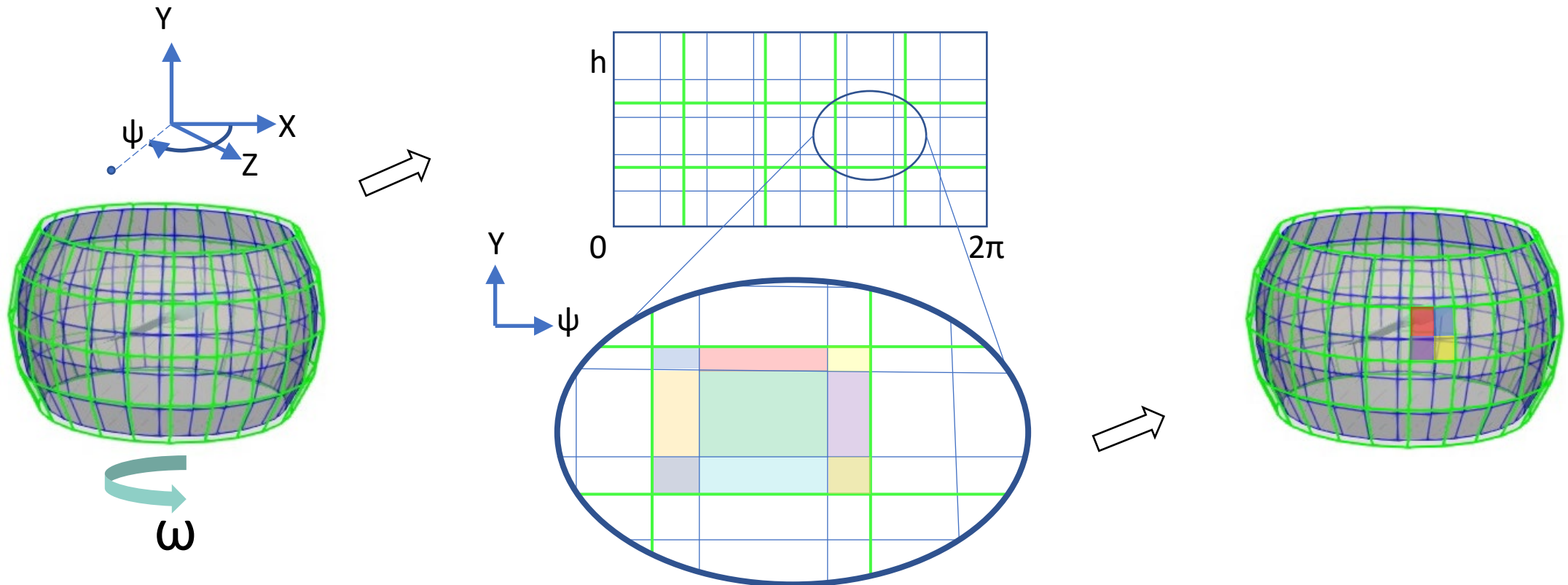
- Инициализация и эволюция контактных суб-граней

Инициализация суб-границ по характеристикам «лагранжевых» контактных частиц, эволюция «лагранжевых» суб-граней



- Обобщение алгоритма скользящего интерфейса для произвольной поверхности вращения.

Проекция усечённой поверхности вращения на прямоугольную область в переменных x и ψ и построение контактов подсеточного разбиения скользящего интерфейса в полярной системе координат.

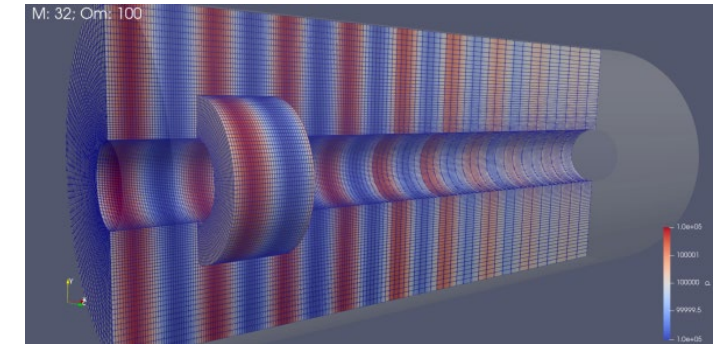


• Похождение плоской акустической волны через скользящий интерфейс и вращающуюся зону

Идеальное решение для акустической волны

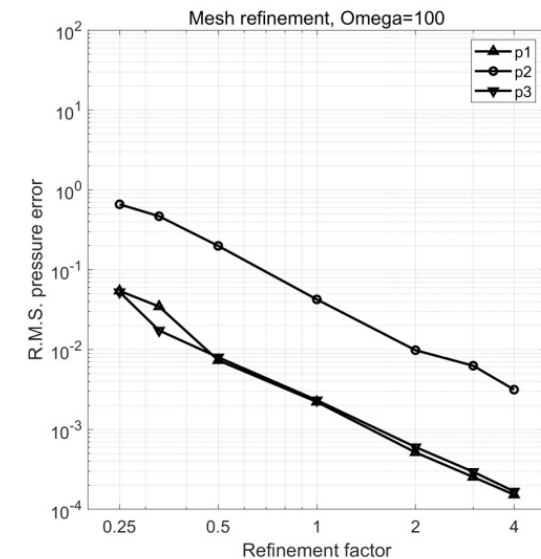
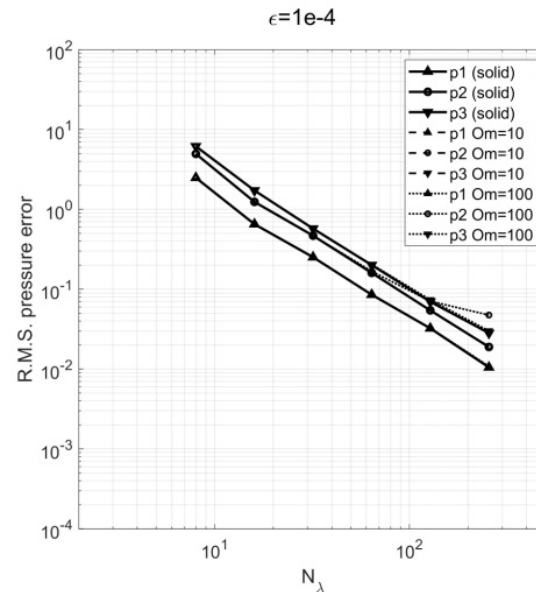
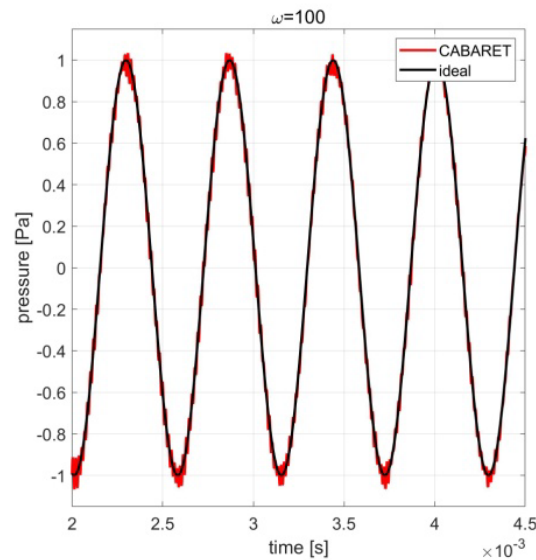
$$p(x,t) = p_\infty + p', \quad u(x,t) = u_\infty + \frac{p'}{\rho_\infty a_\infty}, \quad p'(x,t) = \varepsilon p_\infty \sin(\omega t - kx), \quad \rho_\infty = \frac{P_\infty}{T_\infty c_v (\gamma - 1)}$$

Погрешность метода Кабаре при прохождении волны через скользящий интерфейс и вращающуюся зону

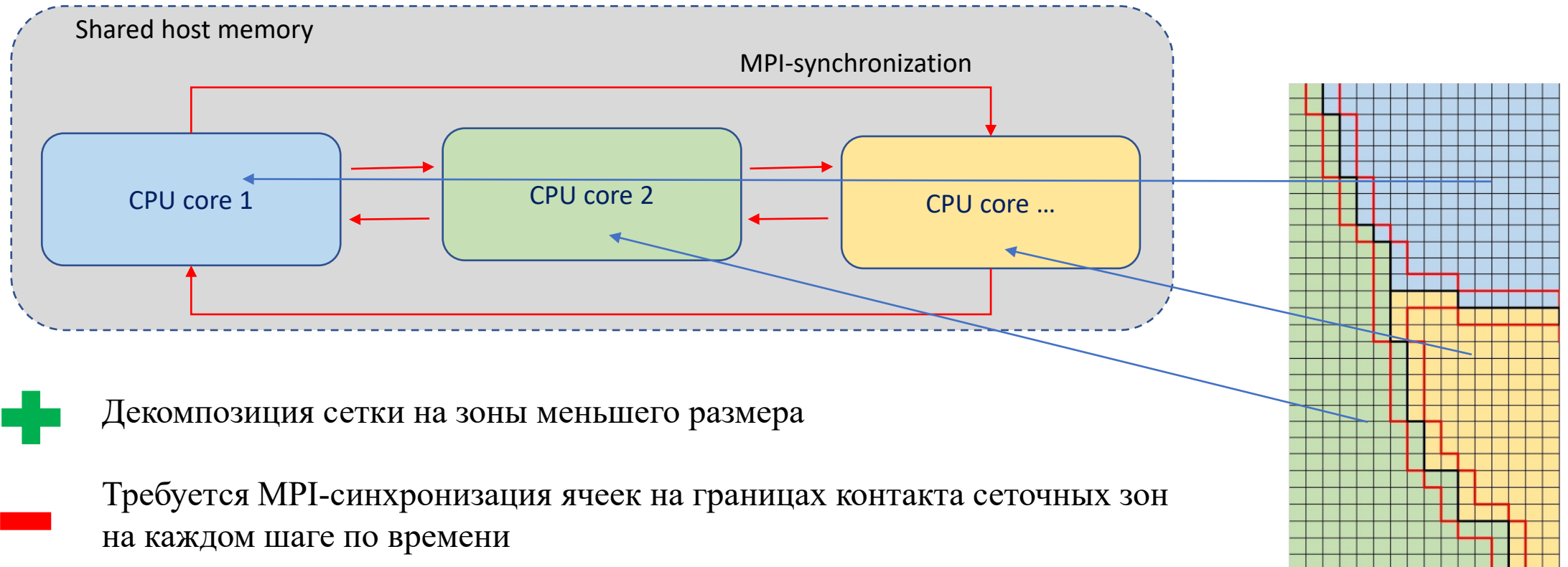


а) при различном сеточном разрешении волны

б) при измельчении сетки



- Оптимизация
- Распараллеливание вычислений. MPI CPU.



Декомпозиция сетки на зоны меньшего размера



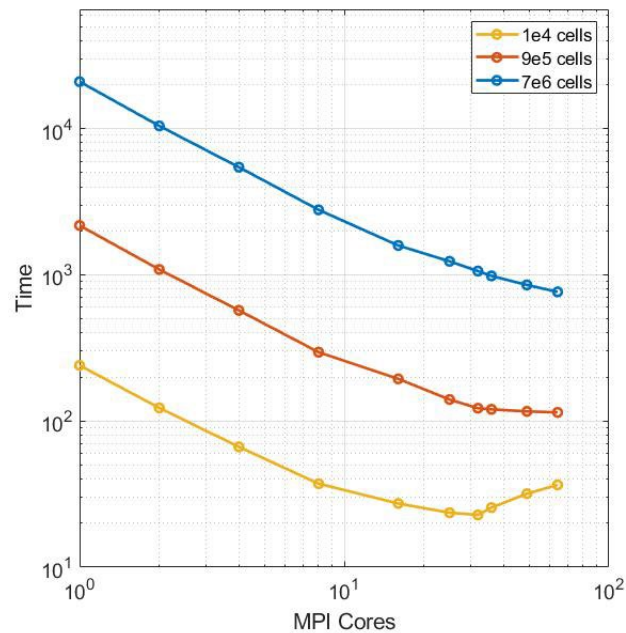
Требуется MPI-синхронизация ячеек на границах контакта сеточных зон на каждом шаге по времени



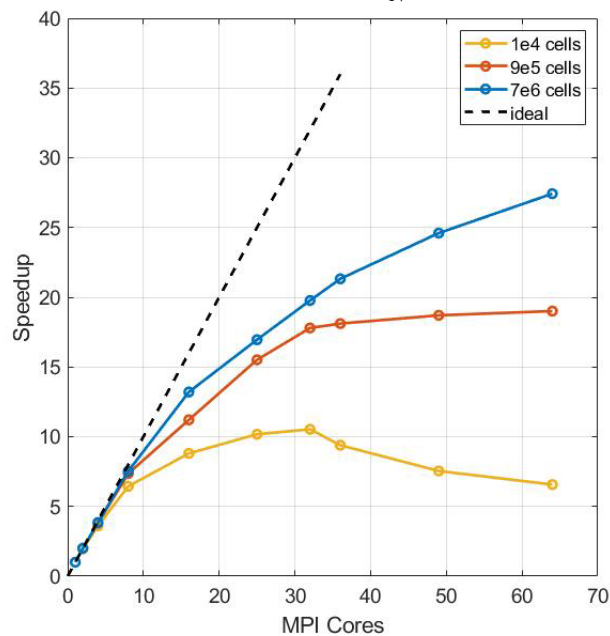
Кабаре требует синхронизацию только на шаге характеристической экстраполяции.

• MPI CPU. Масштабируемость и эффективность.

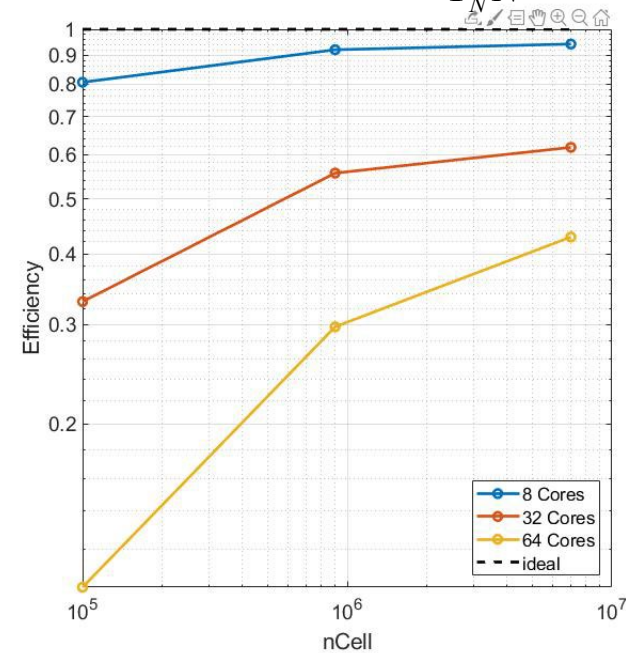
Время CPU (1'000 шагов)



$$Speedup = \frac{T_1}{T_N};$$

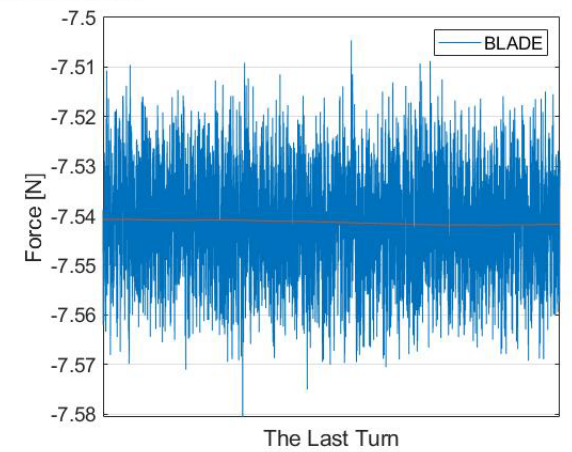
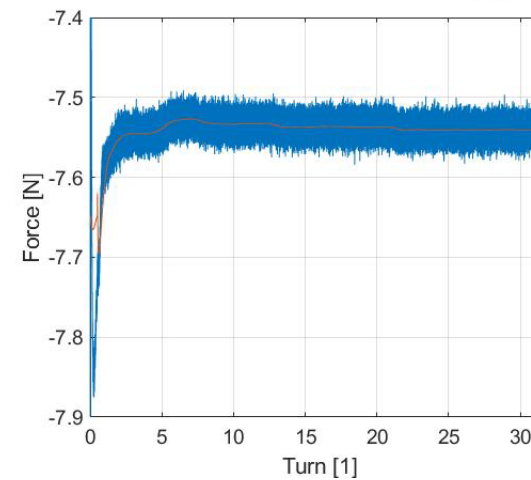
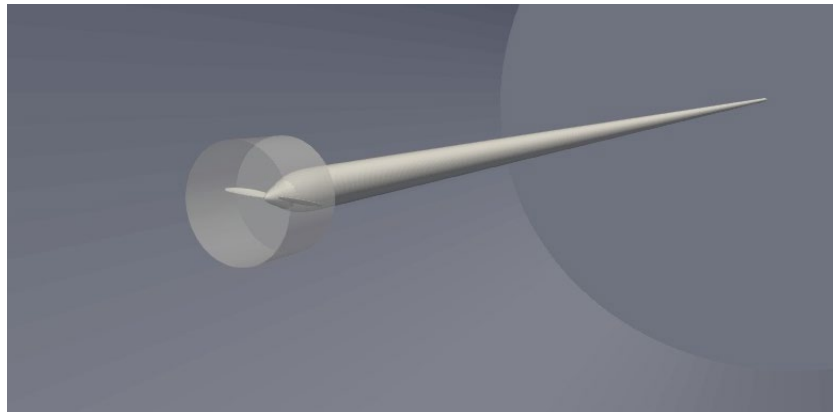
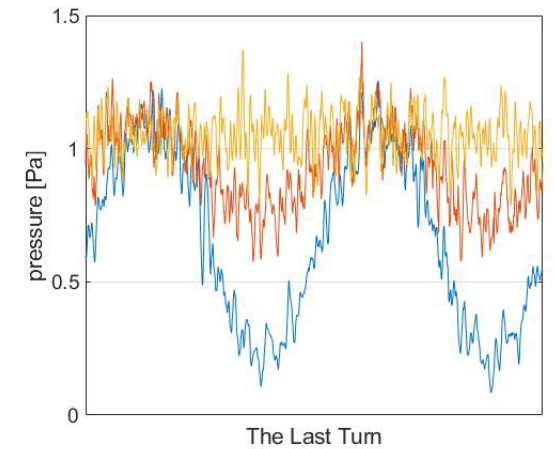
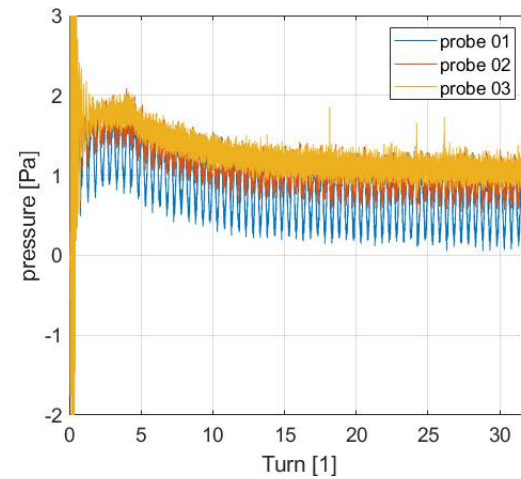
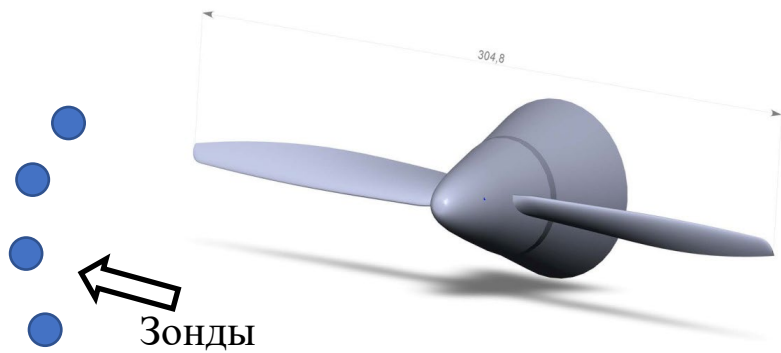


$$Efficiency = \frac{T_1}{T_N N}$$

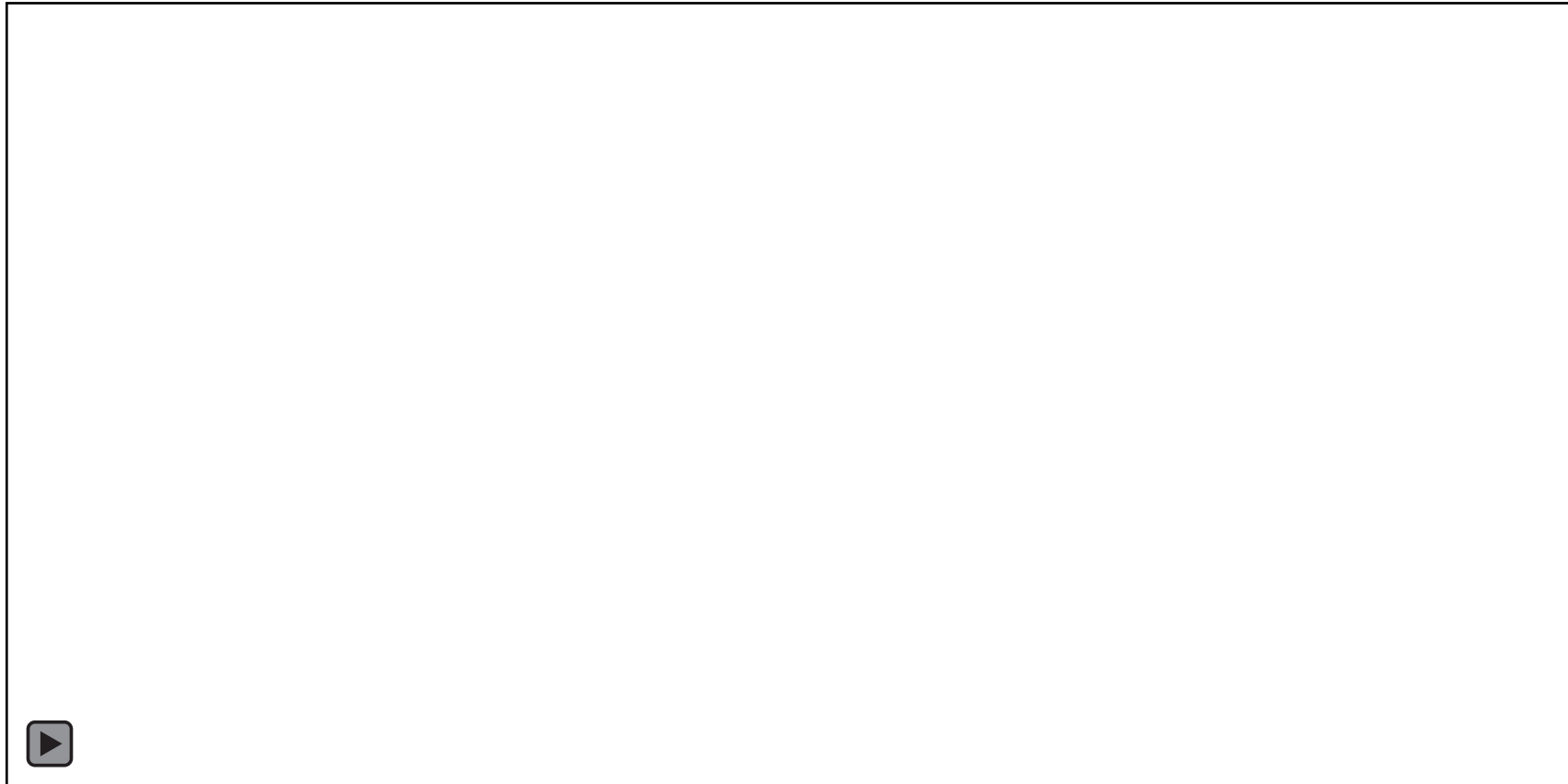


AMD Ryzen Threadripper 3990X, 64 CPU cores

- MPI CPU. Вращение пропеллера. nCell~1.1M, $\omega=5500$ об/мин



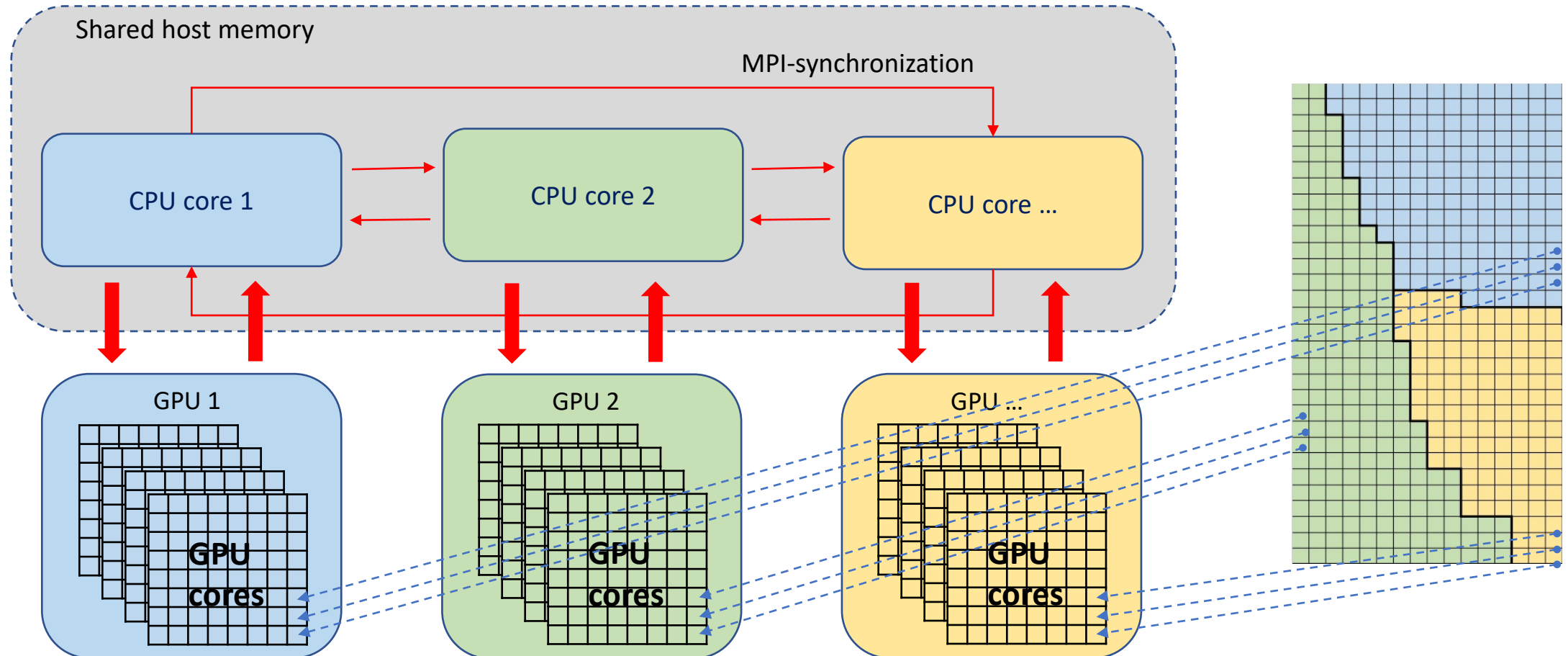
- MPI CPU. Пропеллер.



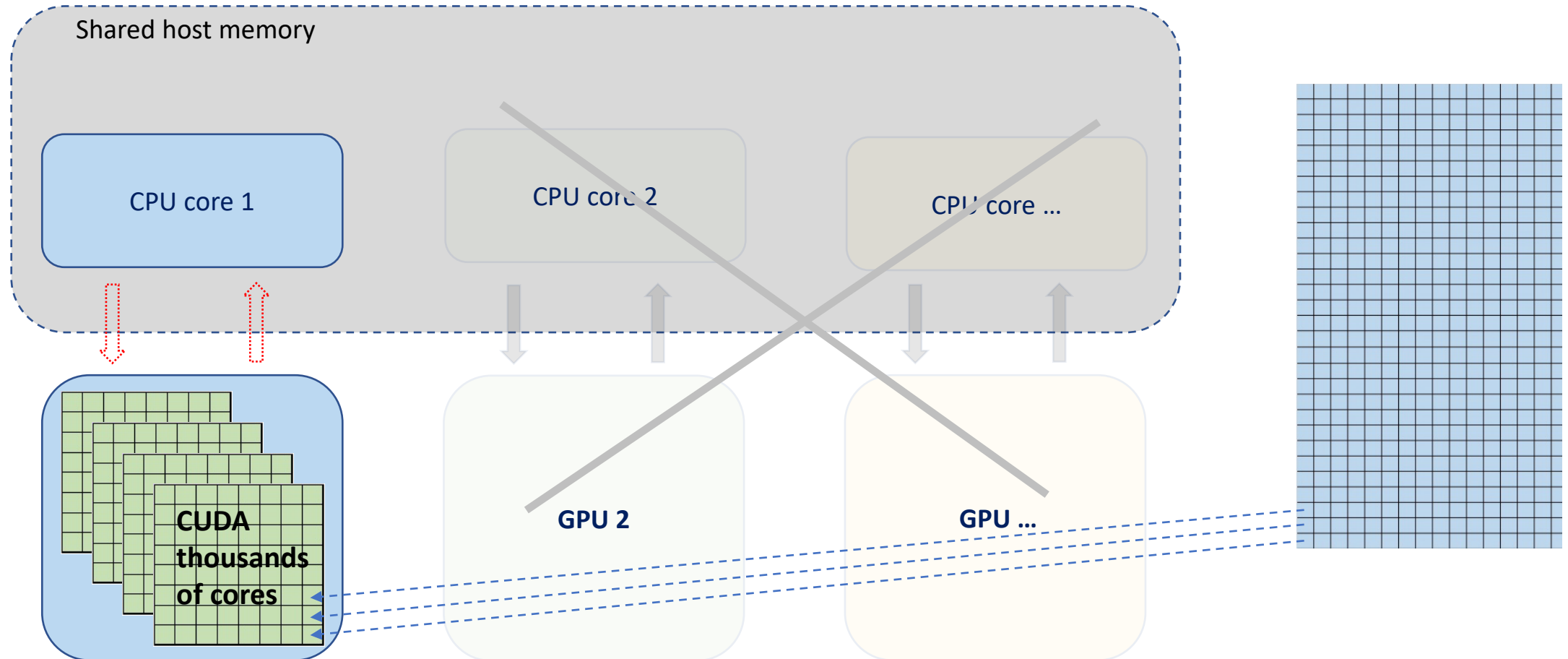
Время расчёта 30 оборотов для сетки 1.1млн на 24 ядрах CPU = 350 часов



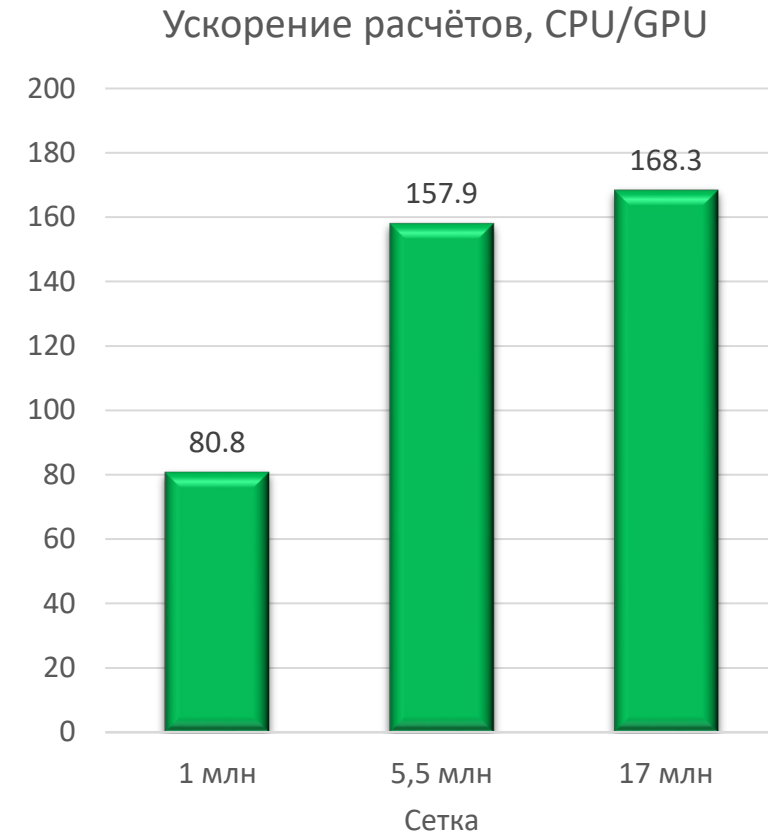
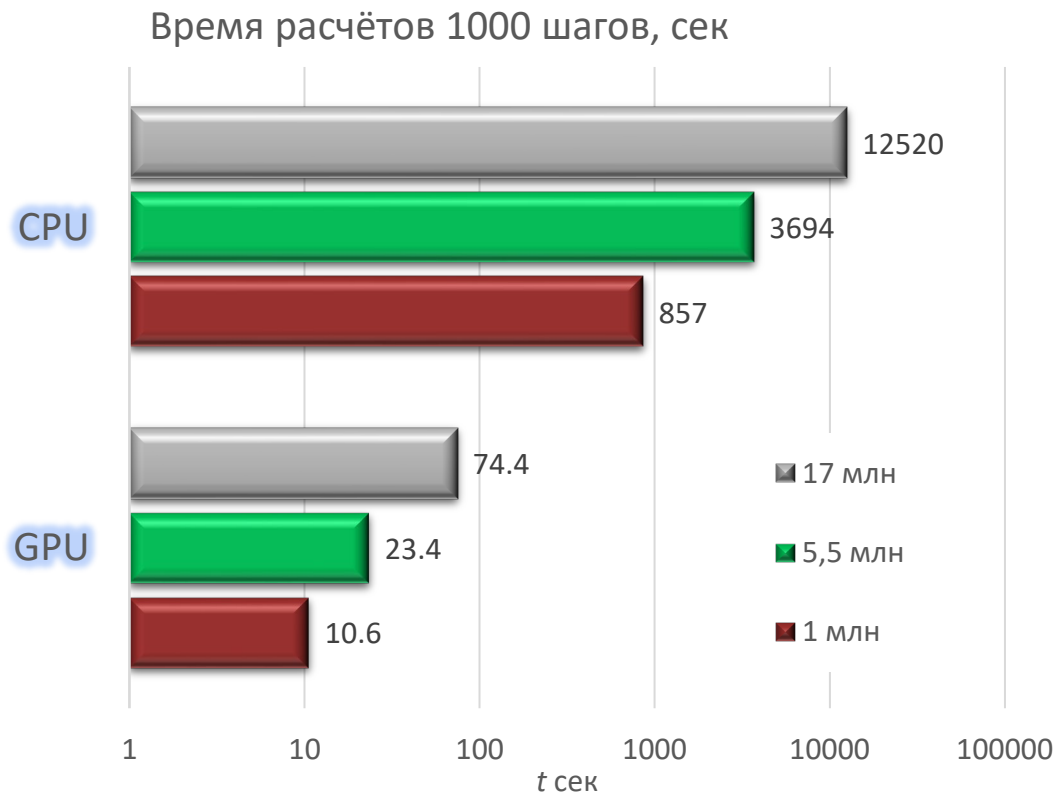
- GPU
- Распараллеливание вычислений. Распределённая память multiGPU. Декомпозиция сетки + MPI-синхронизация host-памяти.



- **Распараллеливание вычислений. 1 CPU + 1 GPU.**



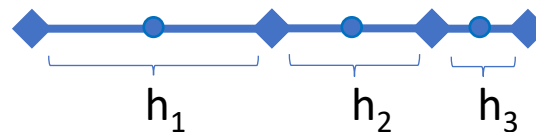
• GPU vs CPU, Кабаре с зоной вращения, ротор. Сетка 1 млн, 5.5 млн, 17 млн



CPU - AMD Ryzen 9 5900X, 12 CPU cores
 GPU - NVIDIA A100-PCIE-40GB, 6912 CUDA cores

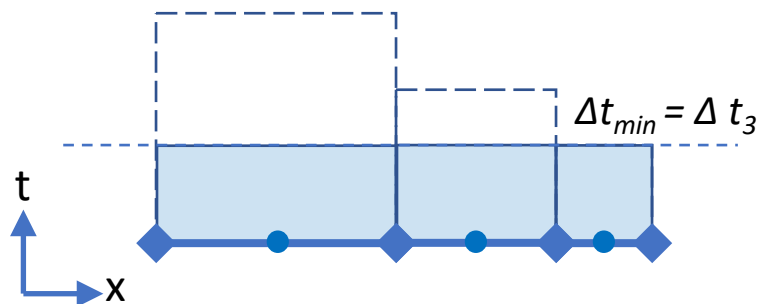
- 2023
- Синхронный / асинхронный алгоритм Кабаре.

Независимый выбор шага по времени для каждой ячейки по локальным параметрам течения и размерам ячейки.



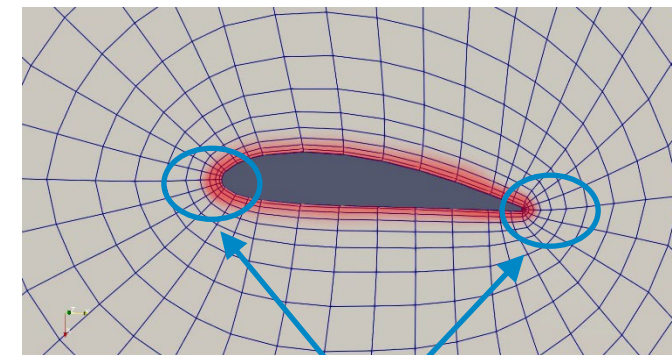
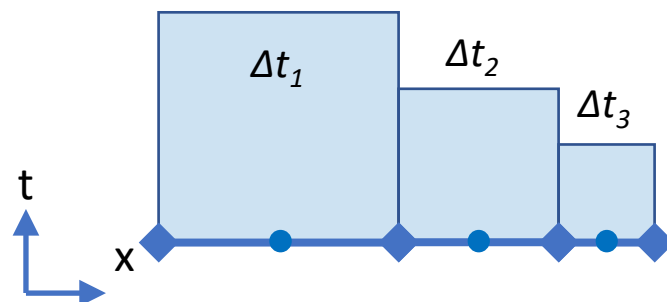
Синхронный (глобальный шаг)

$$\Delta t = \min\left(CFL \times \frac{h_i}{|u_i| + c}\right)$$




Асинхронный (локальный шаг)

$$\Delta t_i = CFL \times \frac{h_i}{|u_i| + c}$$




Зоны интенсивного сгущения сетки

 $CFL < CFL_{opt}, CFL \ll CFL_{opt}$

 $\Delta t < \Delta t_{opt}, \Delta t \ll \Delta t_{opt}$

 $CFL = CFL_{opt}$

 $\Delta t = \Delta t_{opt}$

• Синхронный алгоритм Кабаре.

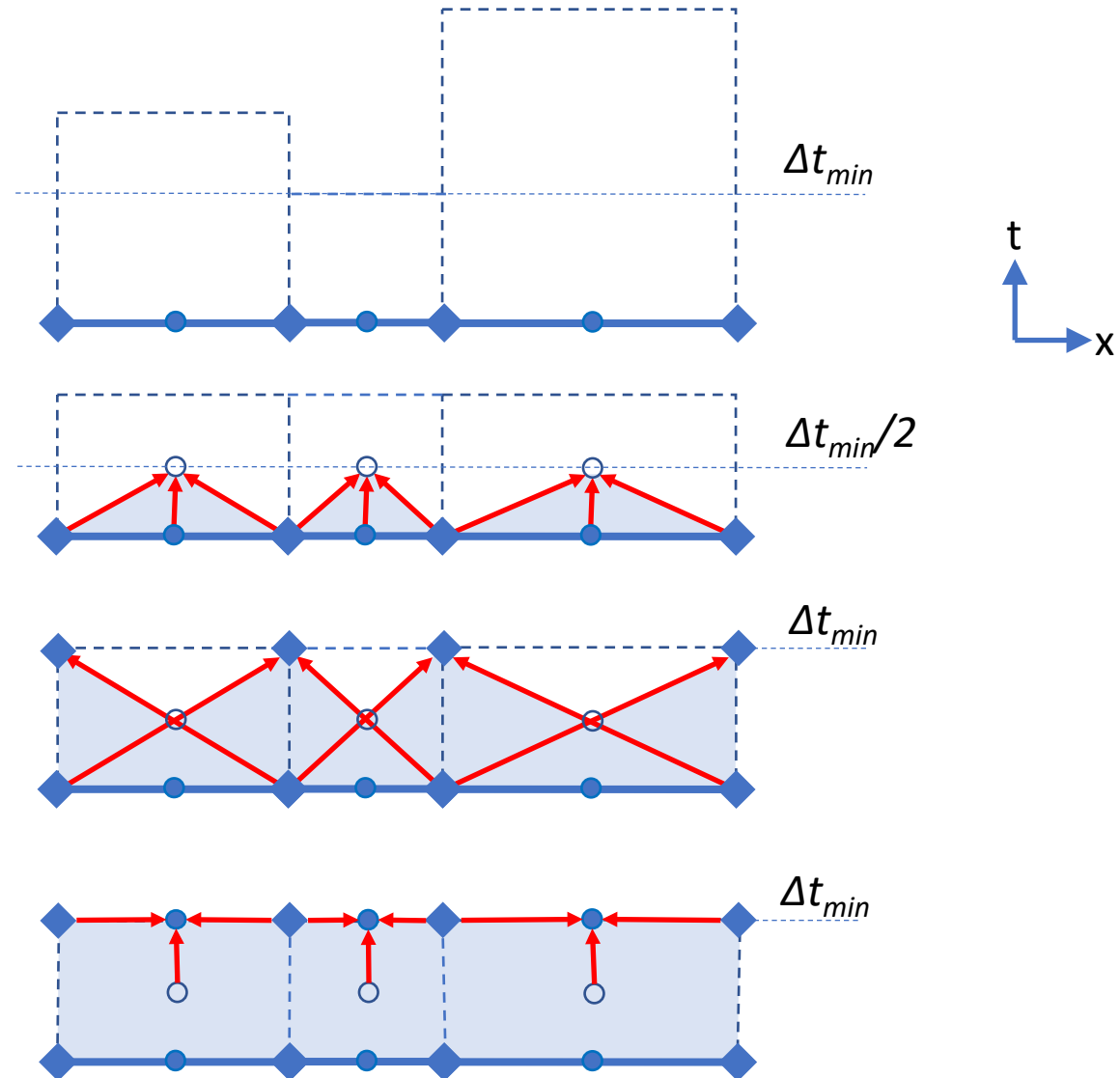
Начальное состояние

$$\Delta t_{\min} = \min\left(CFL \times \frac{h_i}{|u_i| + c}\right)$$

Предиктор:

Характеристическая экстраполяция

Корректор

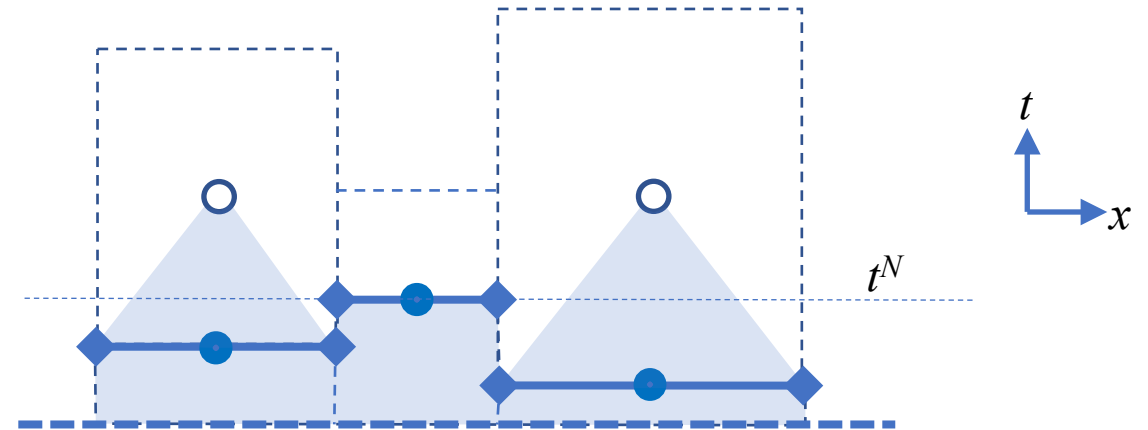


• Асинхронный алгоритм Кабаре. Предиктор.

Начальное «синхронное» состояние, $t = t^0$

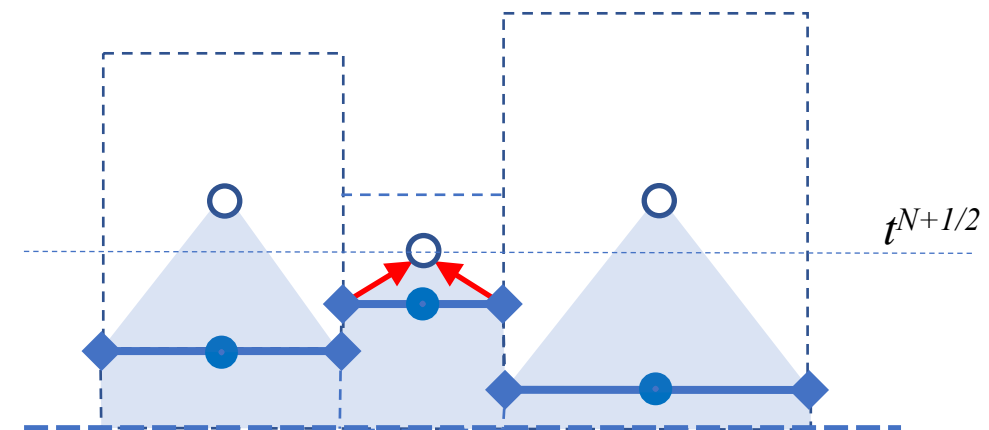


Асинхронное начальное состояние при $t=t^N$.



Вычисление недостающих значений
на промежуточном временном слое

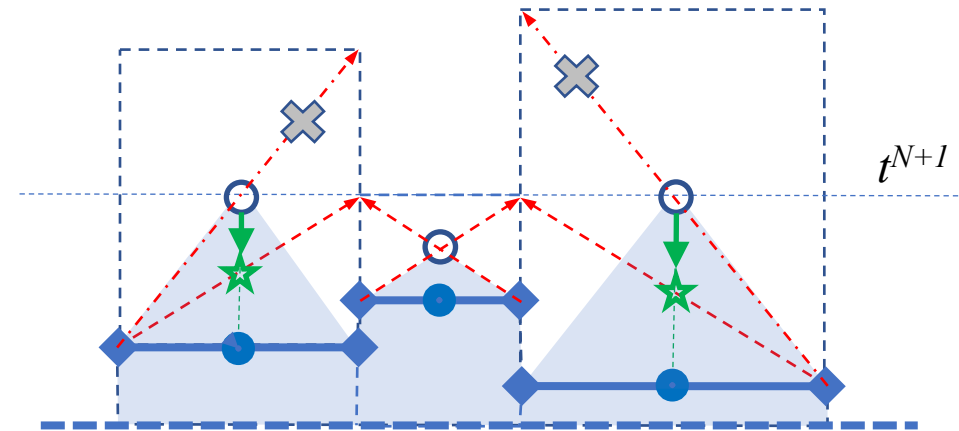
$$t^{N+1/2} = t^N + \Delta t_{min} / 2$$



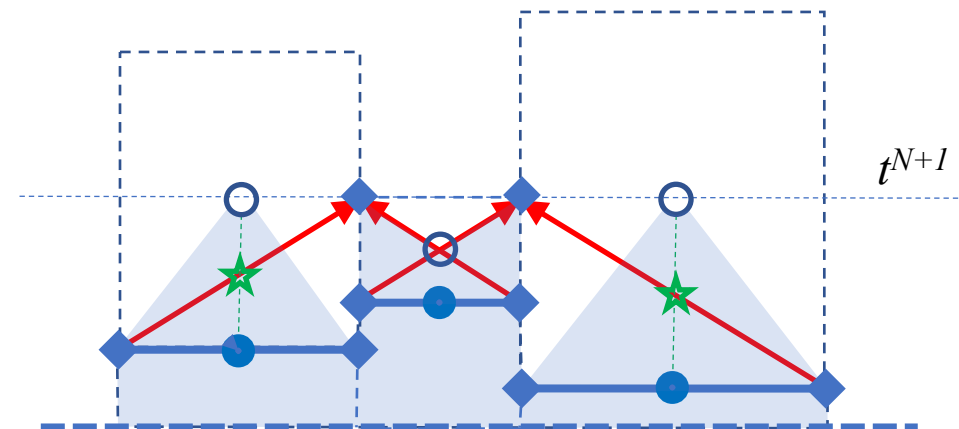
- Асинхронный алгоритм Кабаре. Характеристическая экстраполяция.

Интерполяция консервативных переменных в ячейках с большим шагом по времени

$$t^{N+1} = t^N + \Delta t_{min}$$

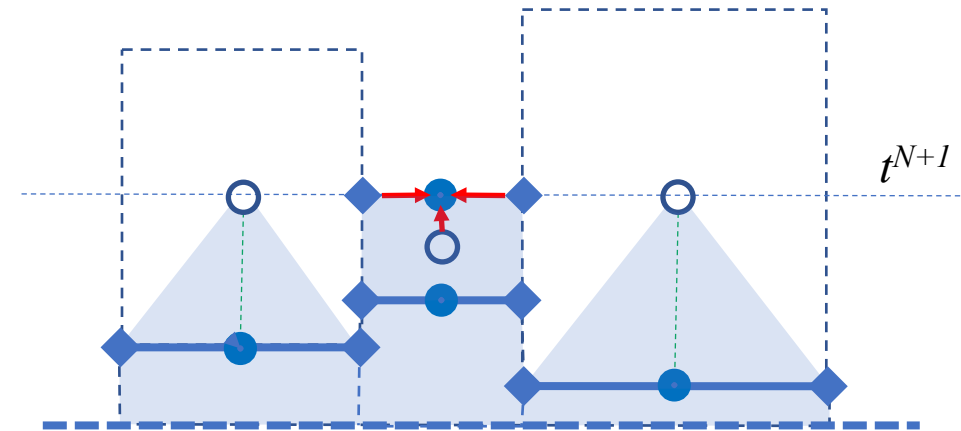


Характеристическая экстраполяция по **интерполированным** значениям на промежуточном временном слое

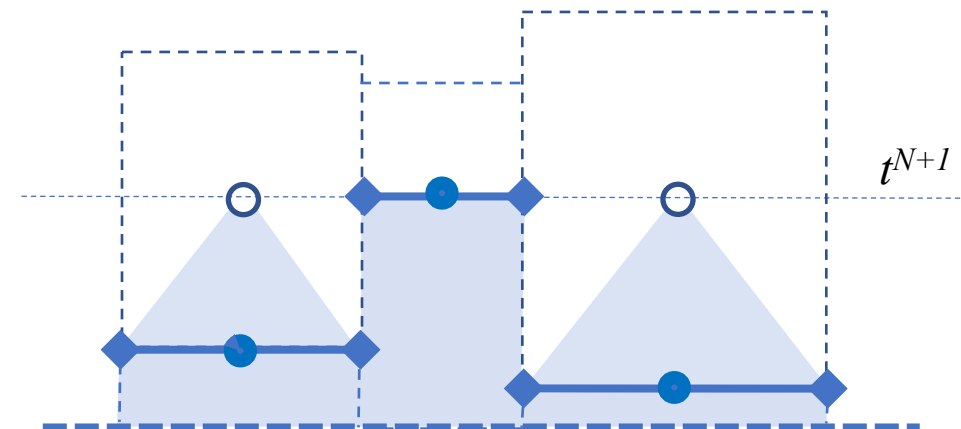
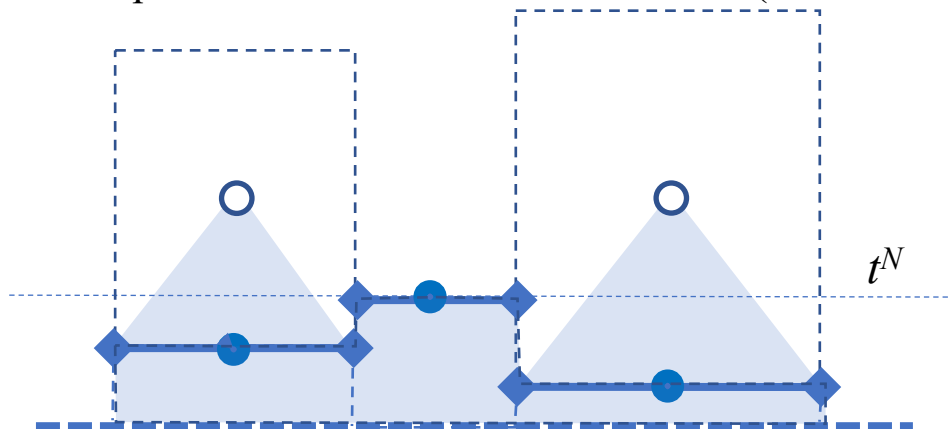


• Асинхронный алгоритм Кабаре. Корректор.

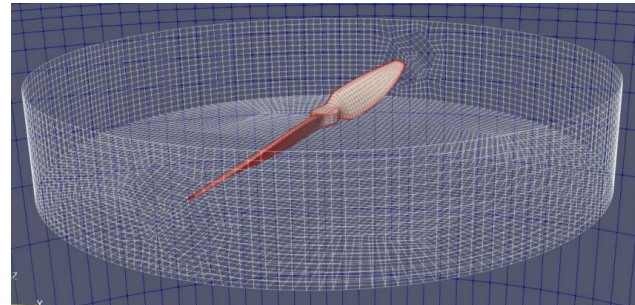
Корректор. Обновление консервативных переменных на новом слое в ячейках с малым шагом по времени.



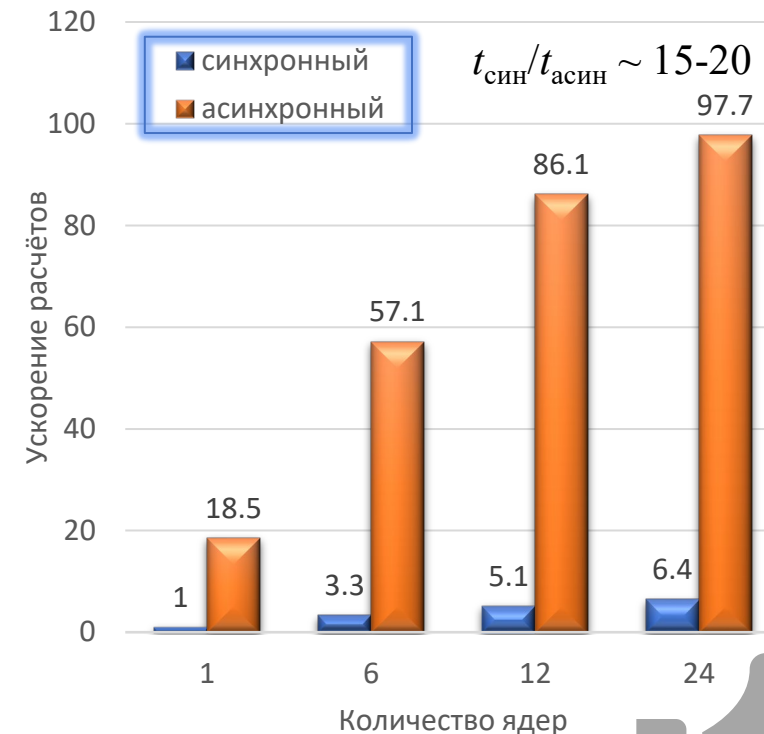
Старое и новое начальные состояния ($t=t^N$ и $t=t^{N+1}$).



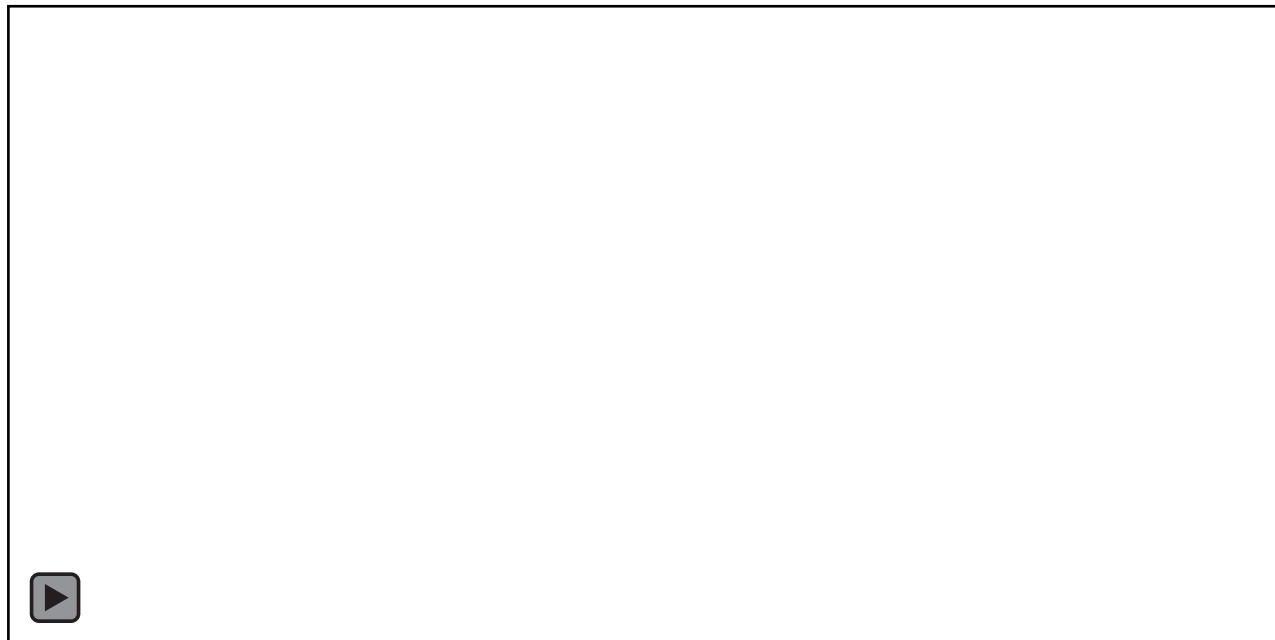
• Эффективность асинхронного алгоритма+MPI. Винт 6500 об/мин, 1 млн ячеек.



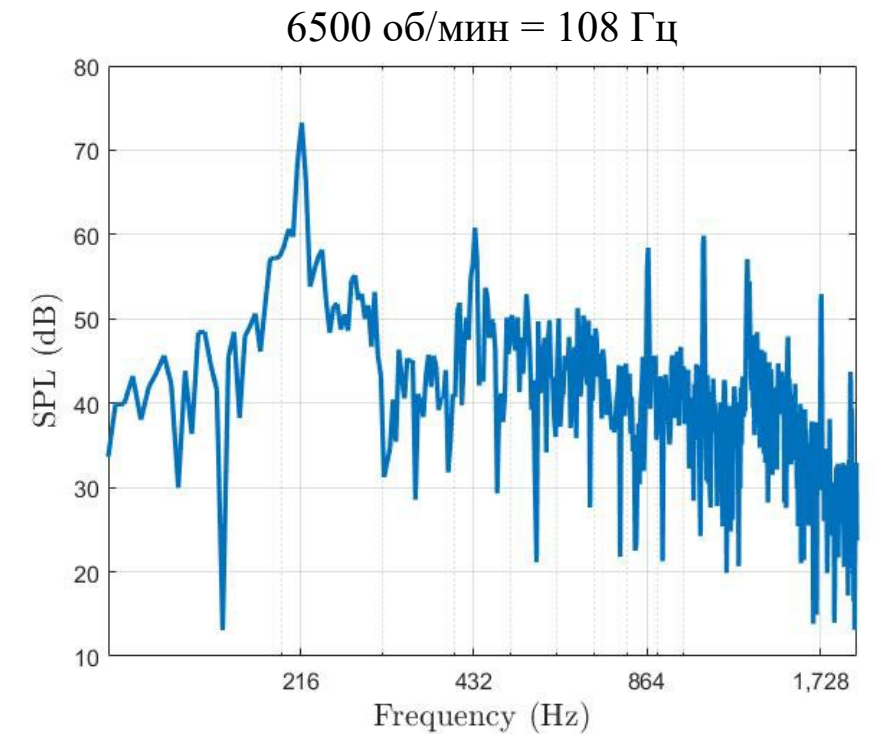
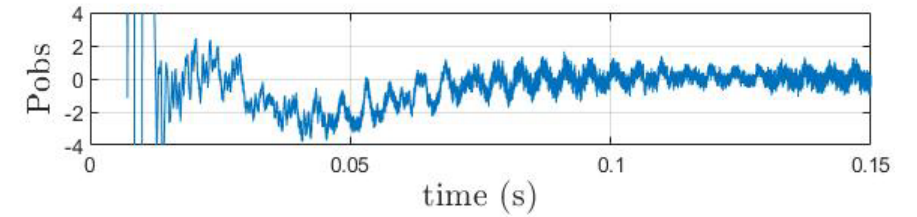
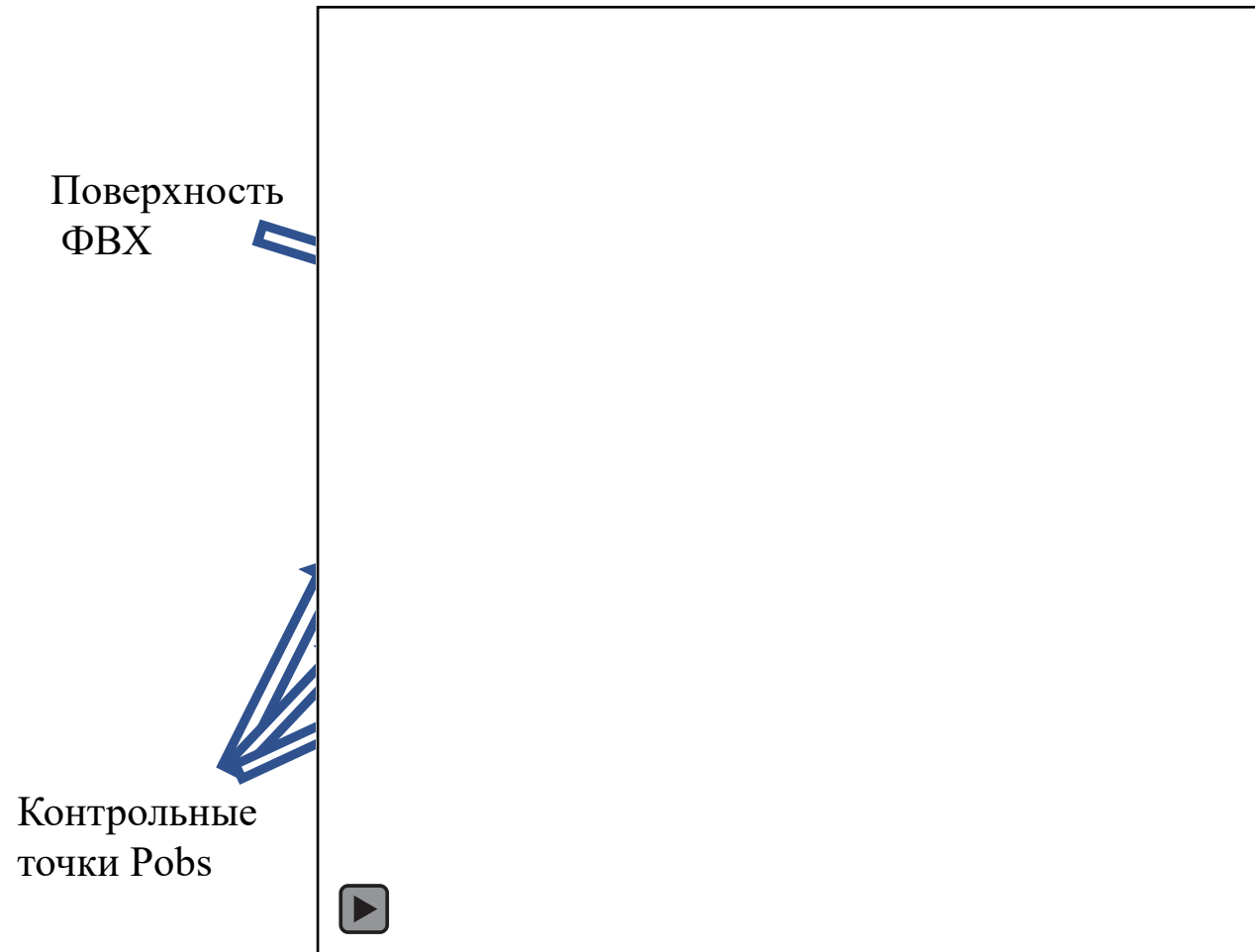
Суммарное ускорение расчётов
Асинхронный шаг + MPI



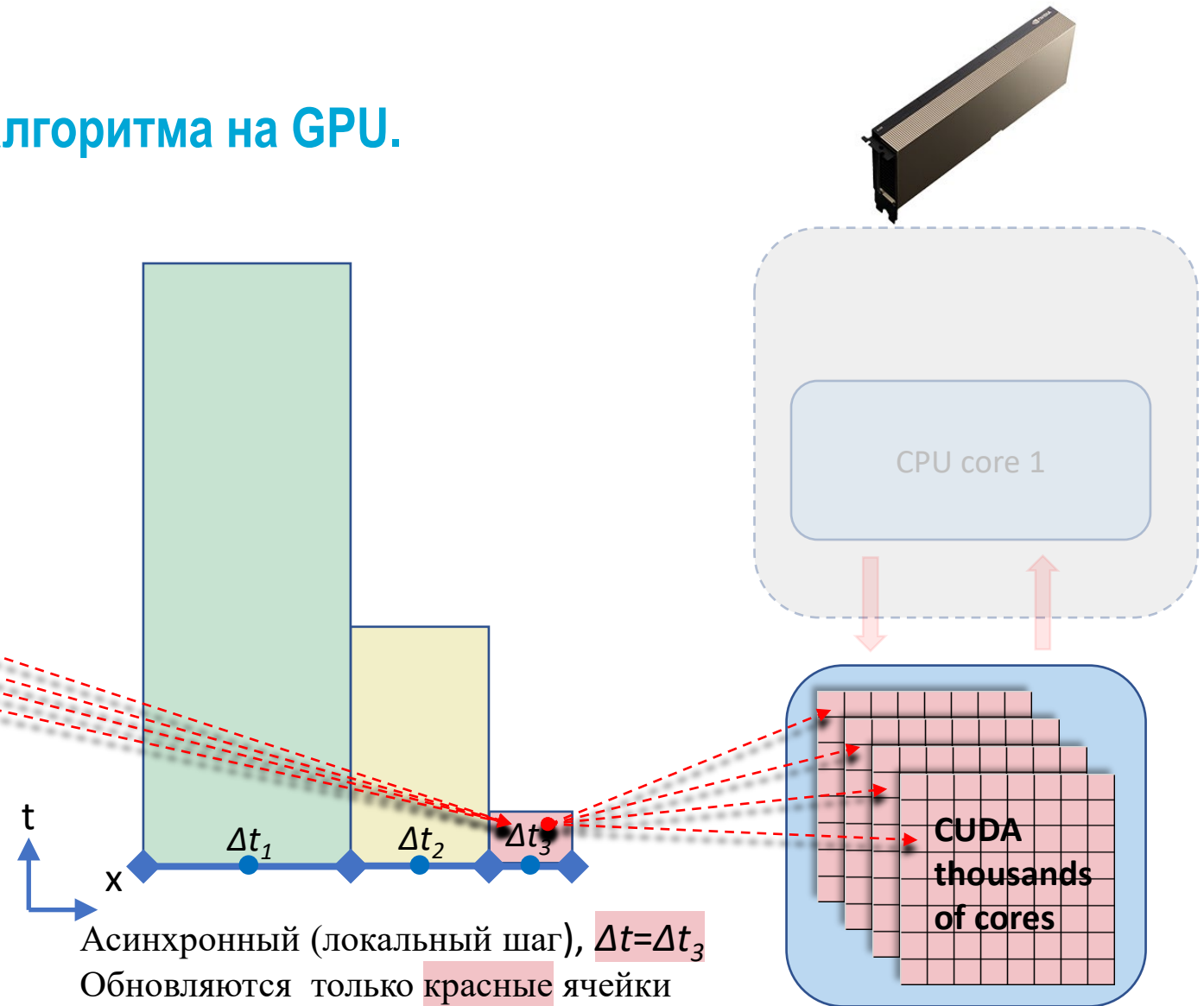
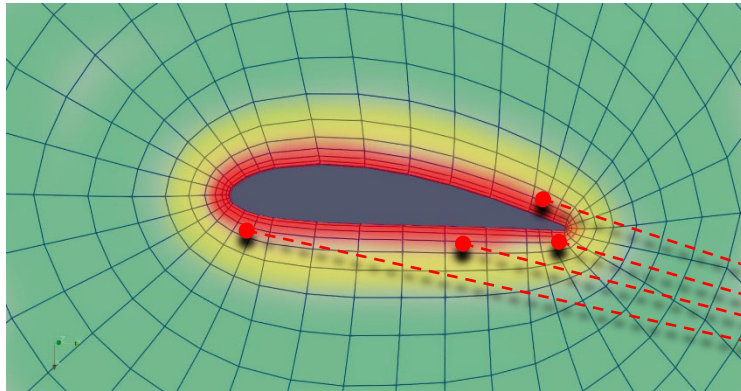
Время расчётов < 1 час CPU / 1 оборот винта



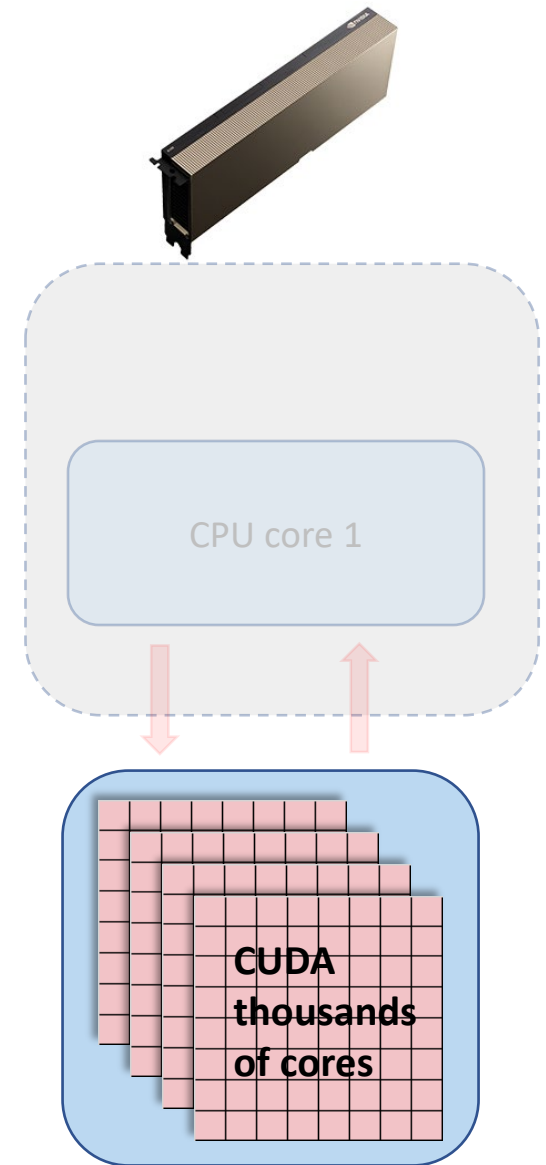
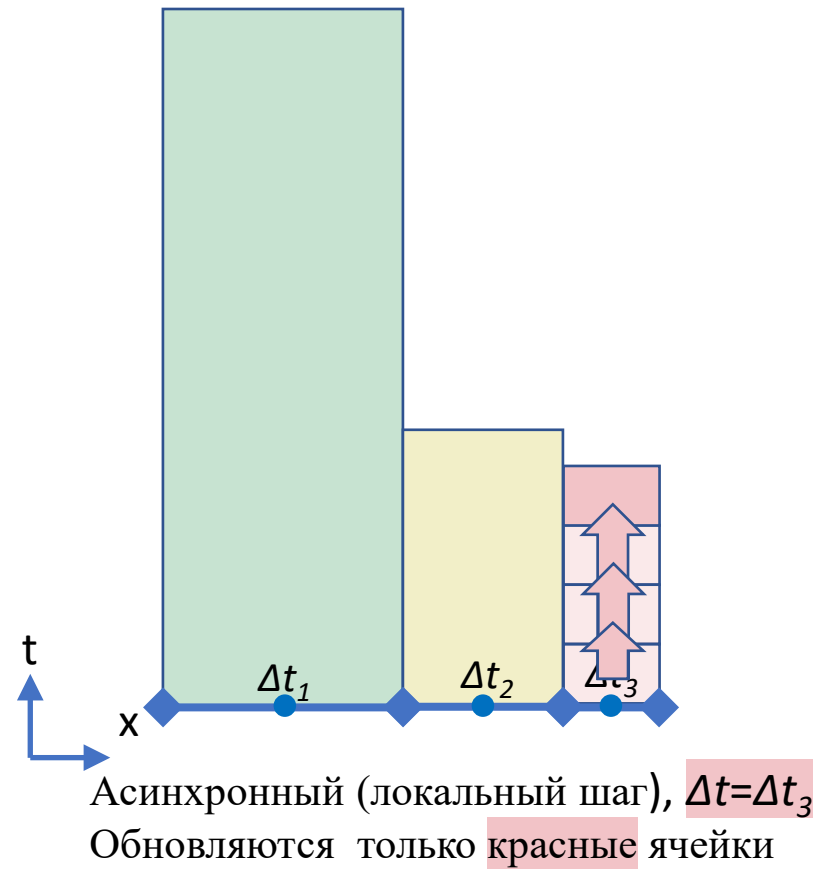
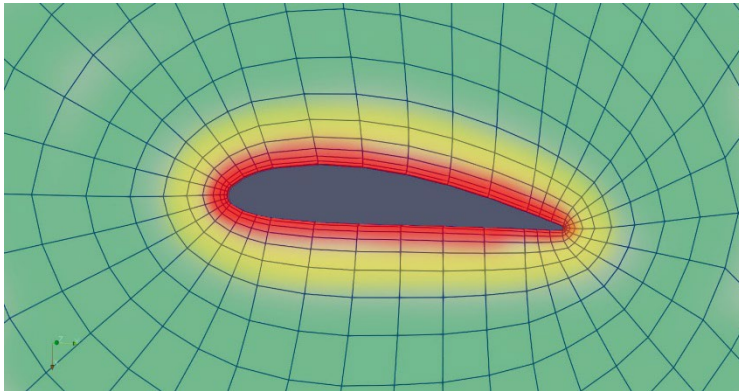
- Оценка спектральных характеристик. Метод Фоукса-Вильямса и Хоукингса.



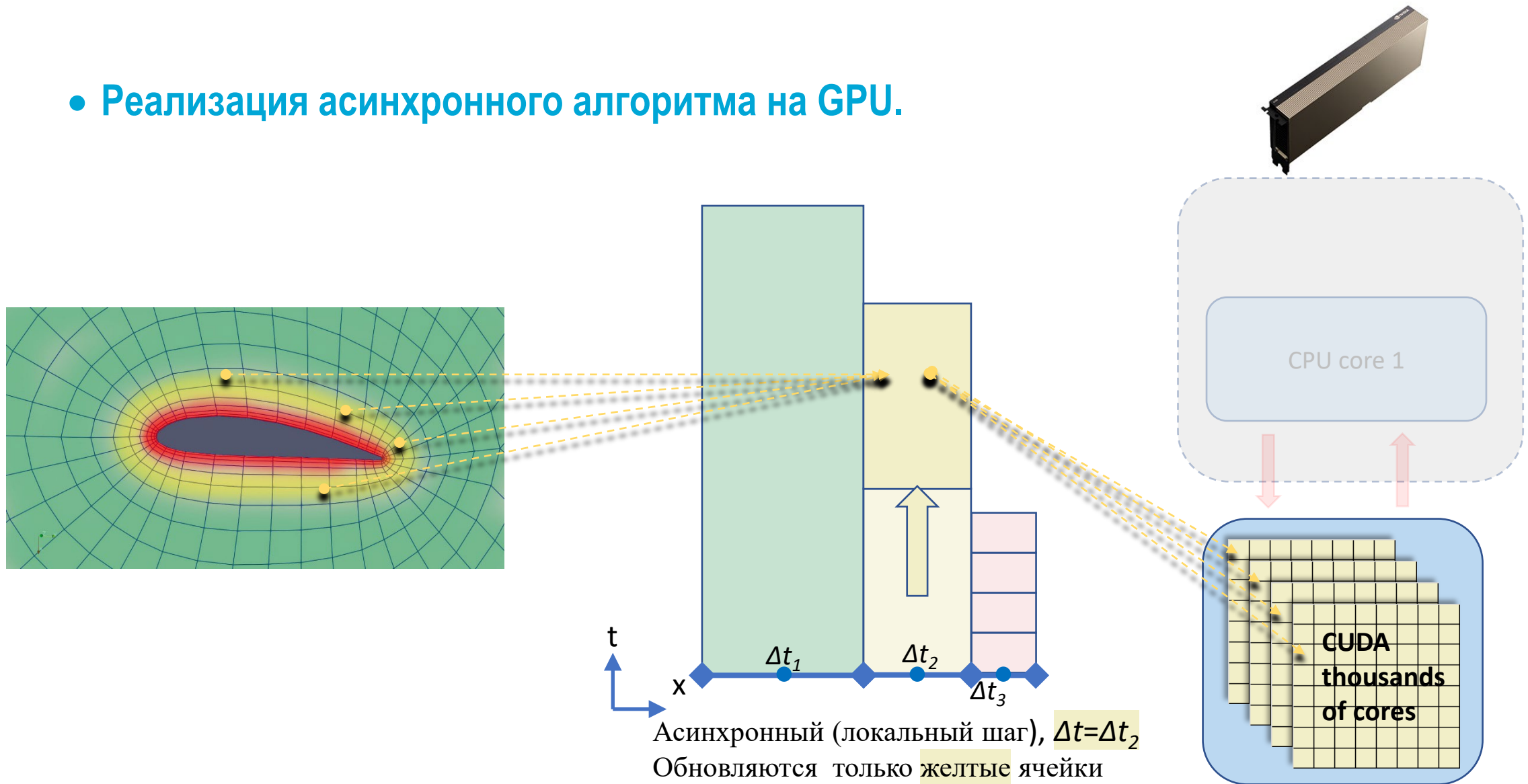
- 2023/10
- Реализация асинхронного алгоритма на GPU.



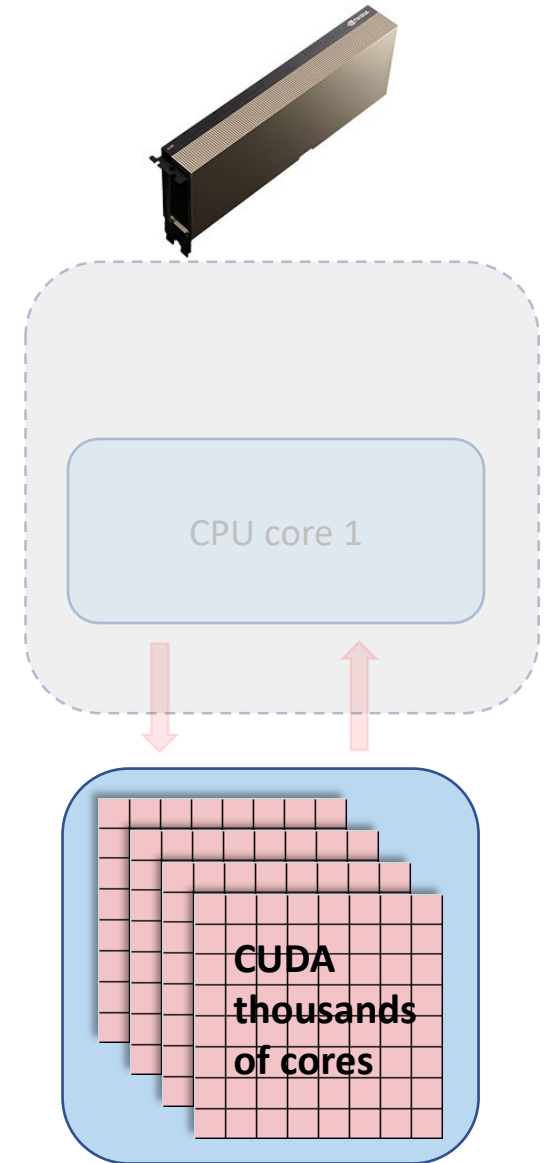
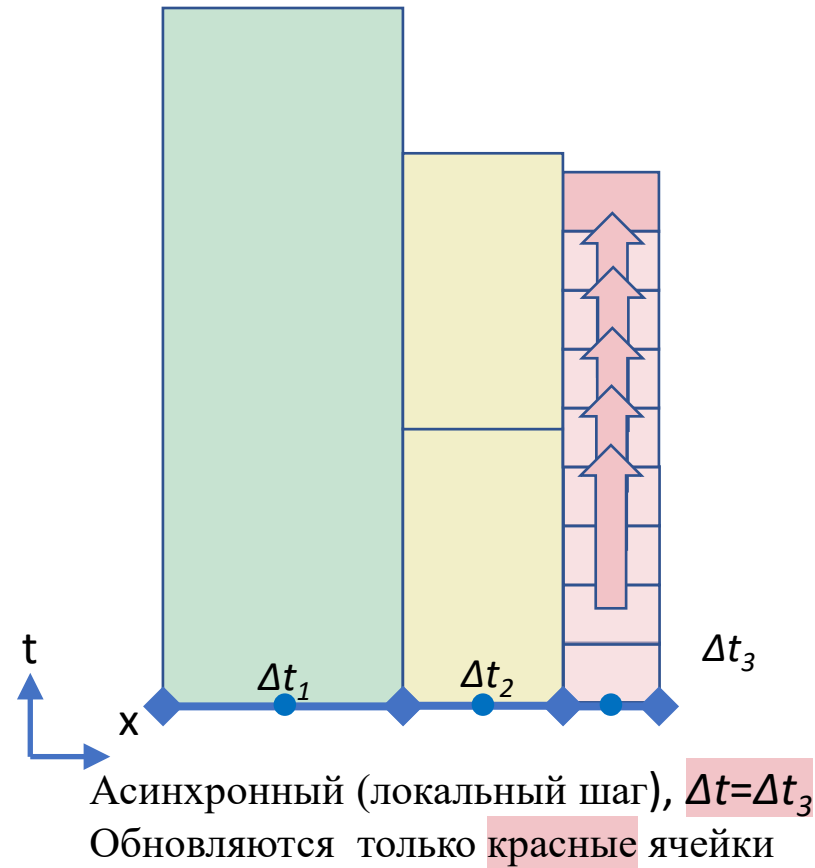
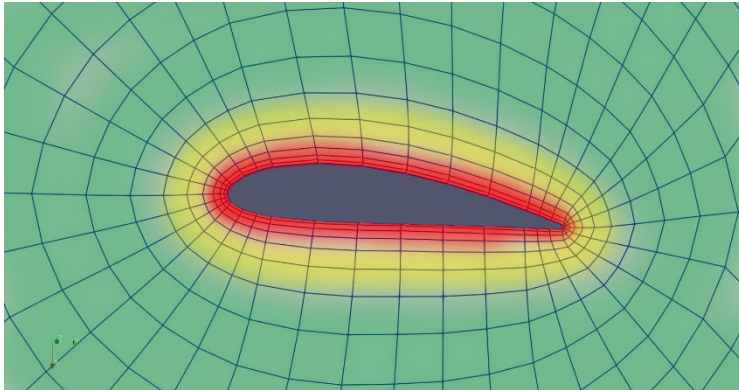
- Реализация асинхронного алгоритма на GPU.



- Реализация асинхронного алгоритма на GPU.

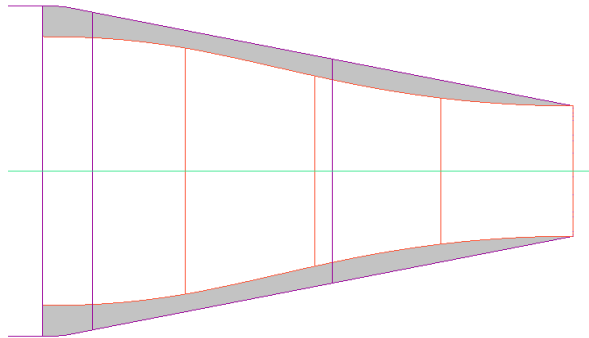


• Реализация асинхронного алгоритма на GPU.



- Экспериментальная установка

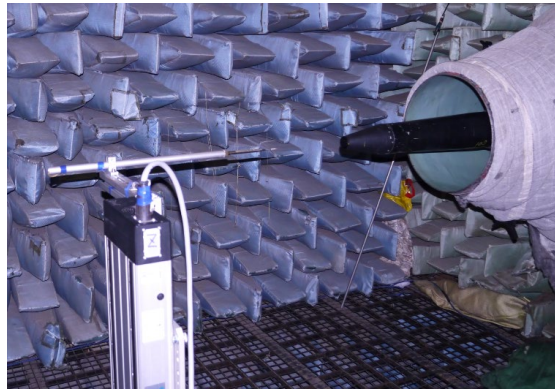
Экспериментальное сопло

**Параметры эксперимента**

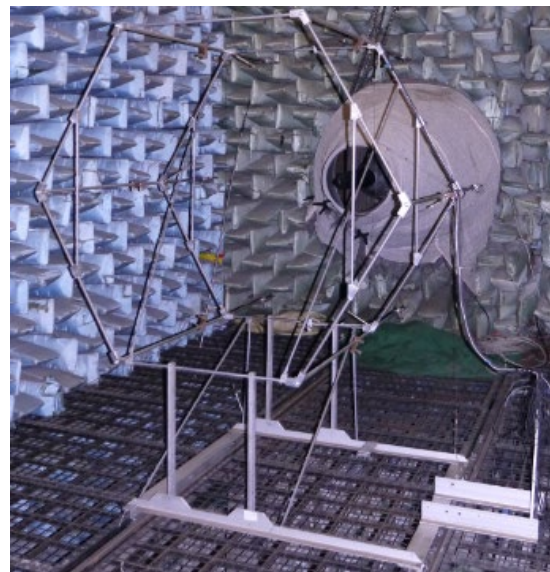
| | |
|------------------------|------|
| Диаметр сопла D , мм | 39.5 |
| T^* , К | 295 |
| P^* , кПа | 122 |
| T_{amb} , К | 295 |
| P_{amb} , кПа | 100 |

Измерения выполнены в ближнем и дальнем поле для валидации результатов CFD моделирования.

- Экспериментальная установка



Термоанемометрическое измерение скорости потока (ось струи, линия кромки сопла, поперечное сечение)



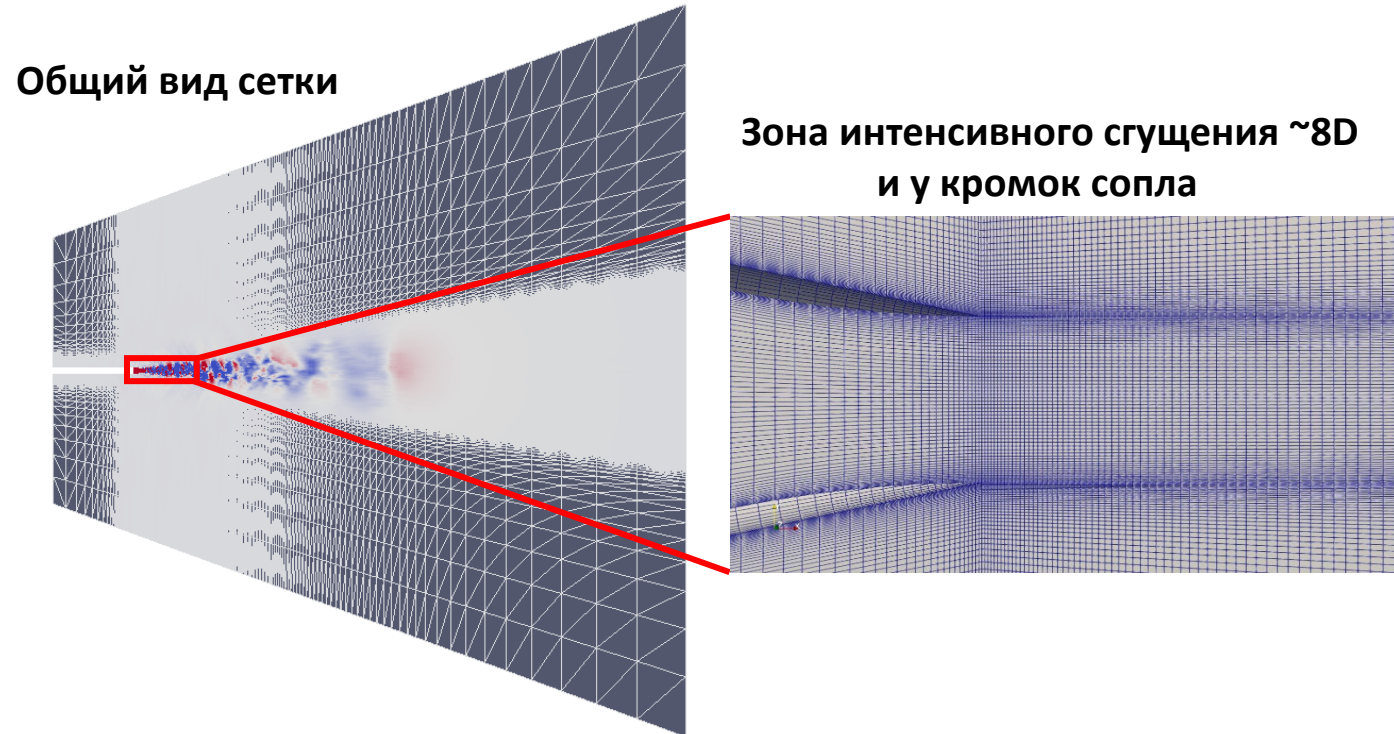
Измерение давления кольцом из 6 микрофонов соосным с осью струи

• Расчётная сетка

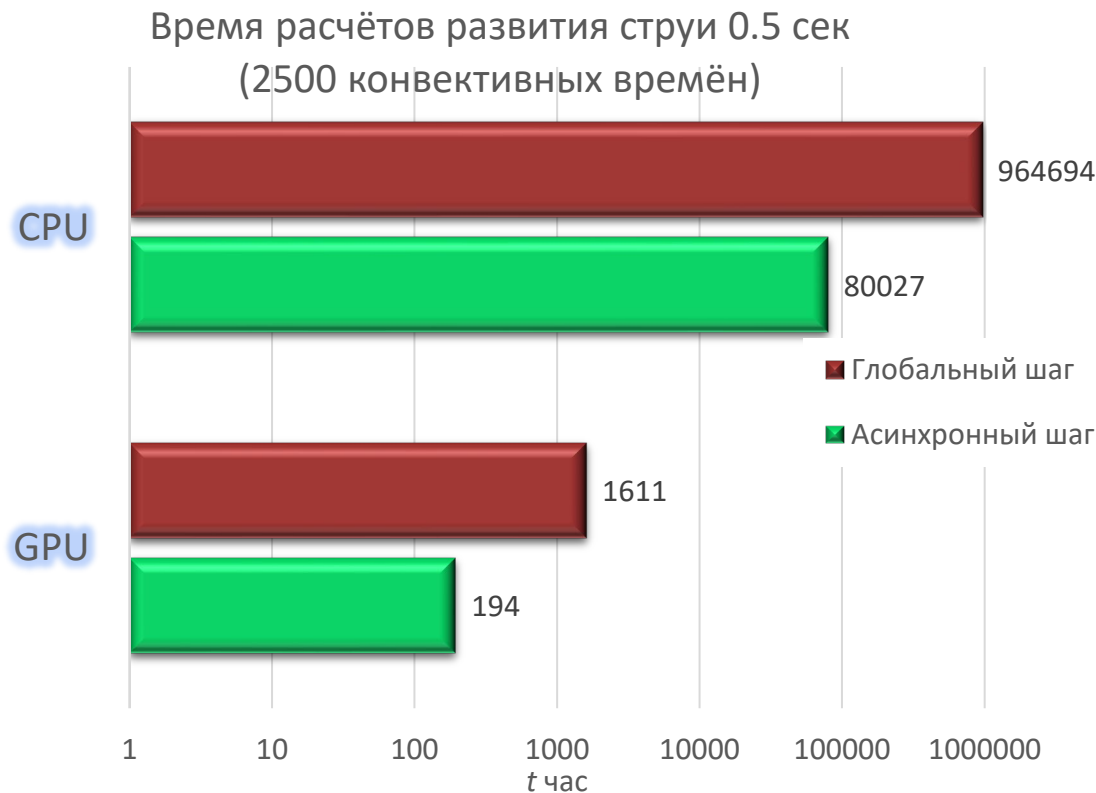
Гексагональная неструктурированная сетка в формате openFOAM, 16млн ячеек

Длина $\approx 250D$

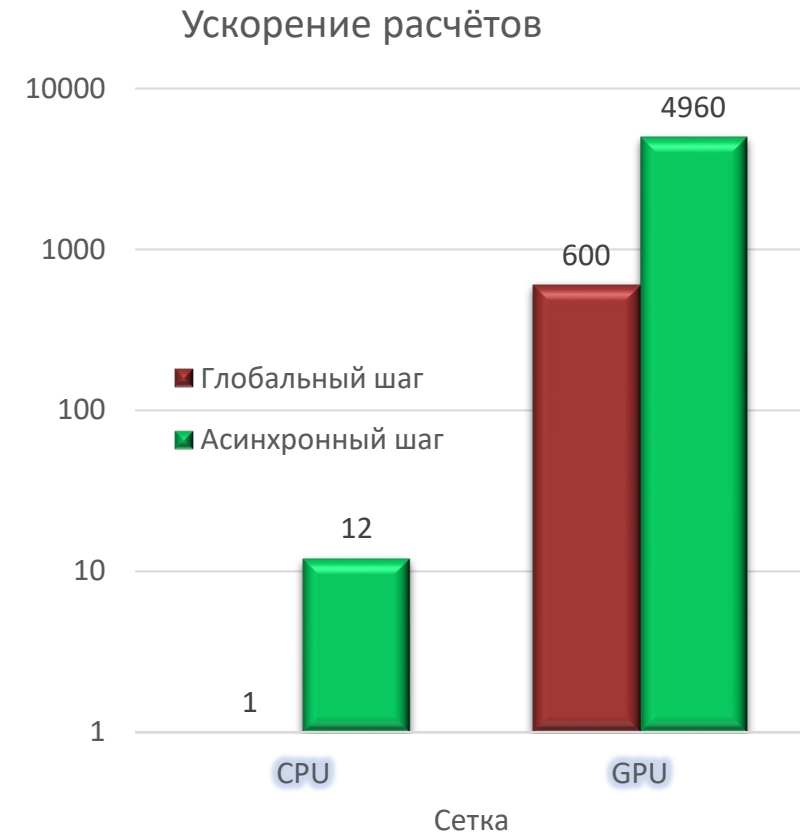
Диаметр $\approx 250D$



• Эффективность асинхронного GPU кода, Nvidia A100. Сетка 16 млн ячеек



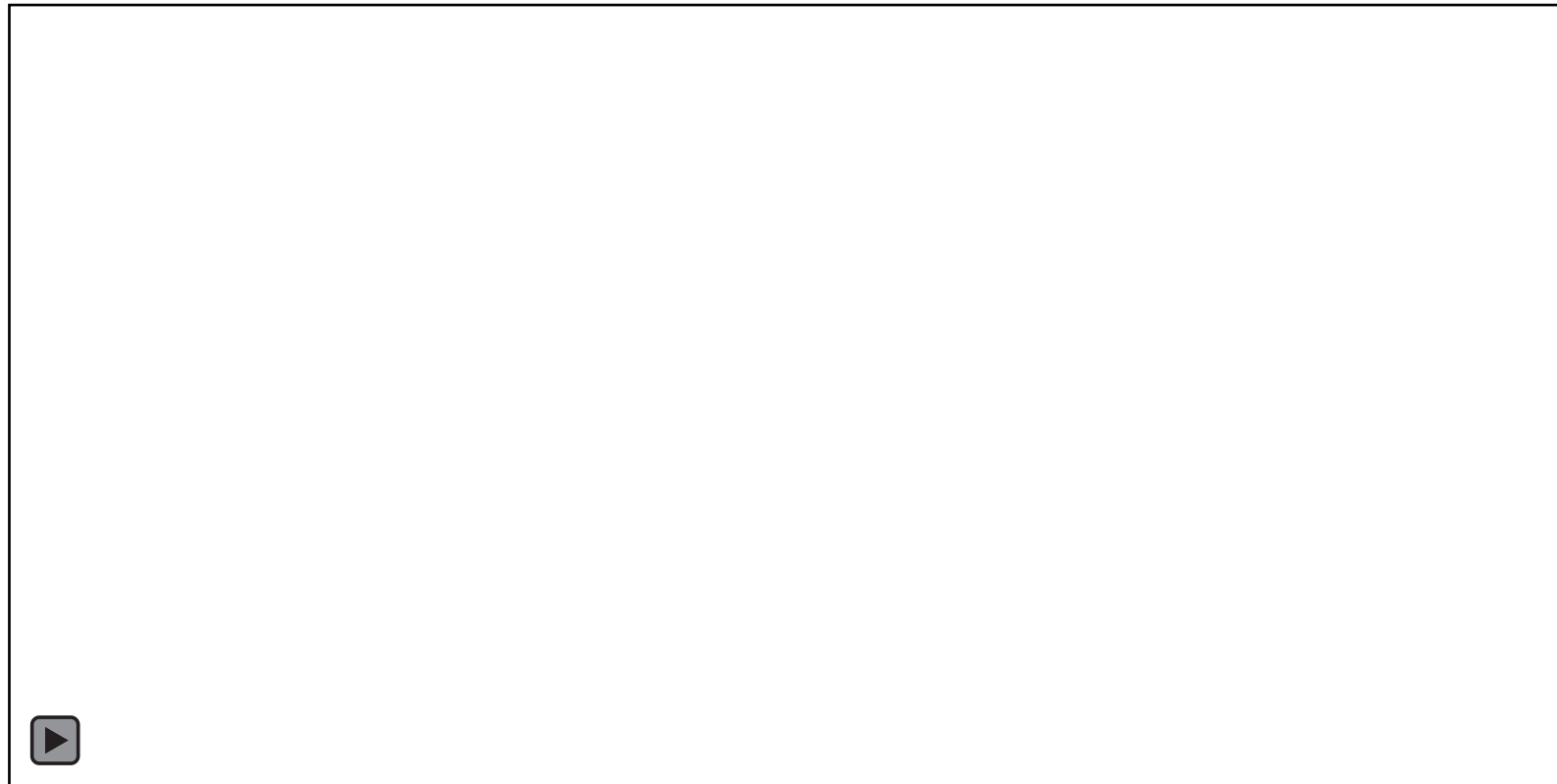
CPU - AMD EPYC 7742, 64 cores
GPU - NVIDIA A100-PCIE-40GB, 6912 CUDA cores



Время расчётов одного режима струи < 200 часов

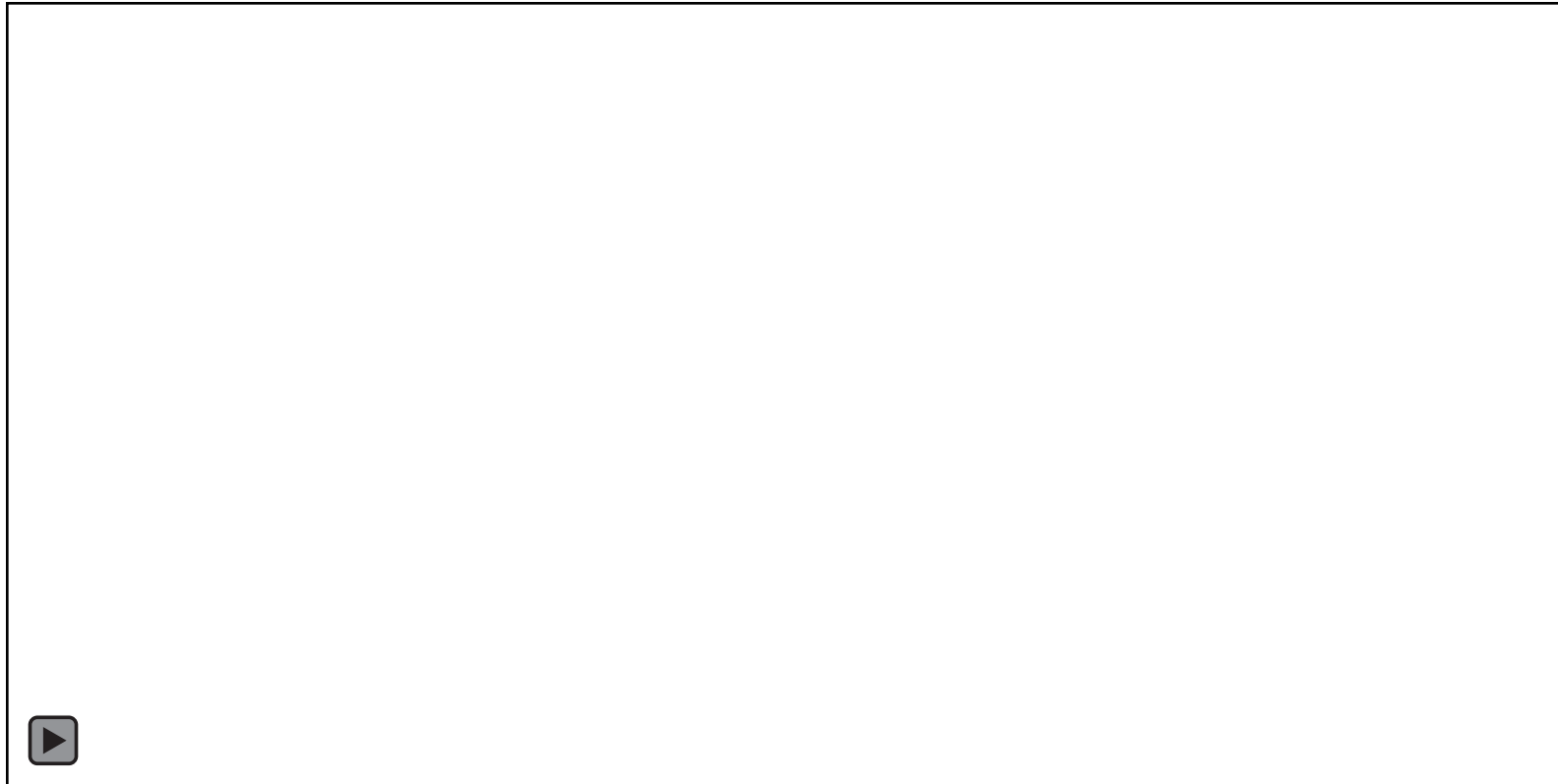
- **Результаты расчётов**

- 1 этап: формирование квази-стационарного течения в ближнем поле, $t=0-0.005$ сек



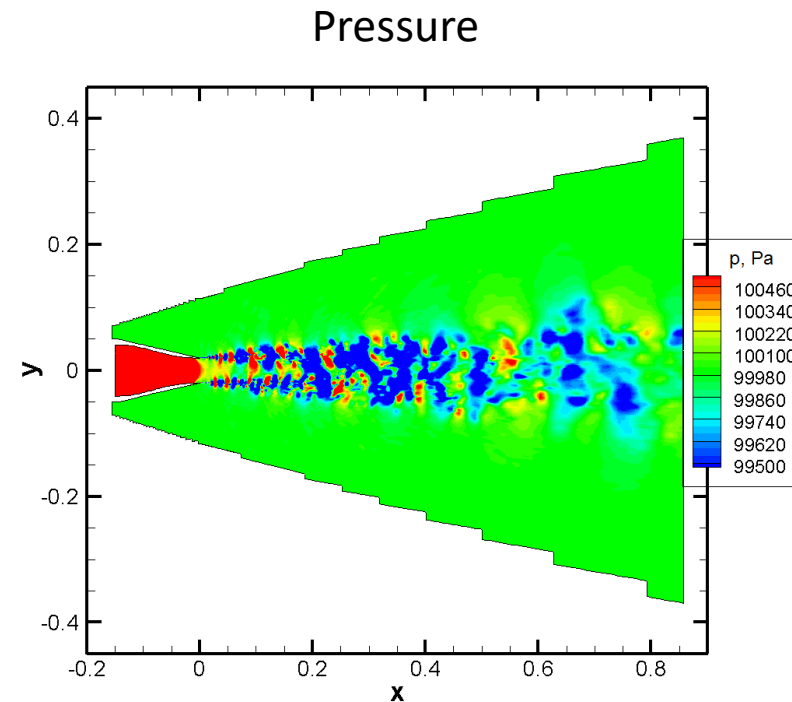
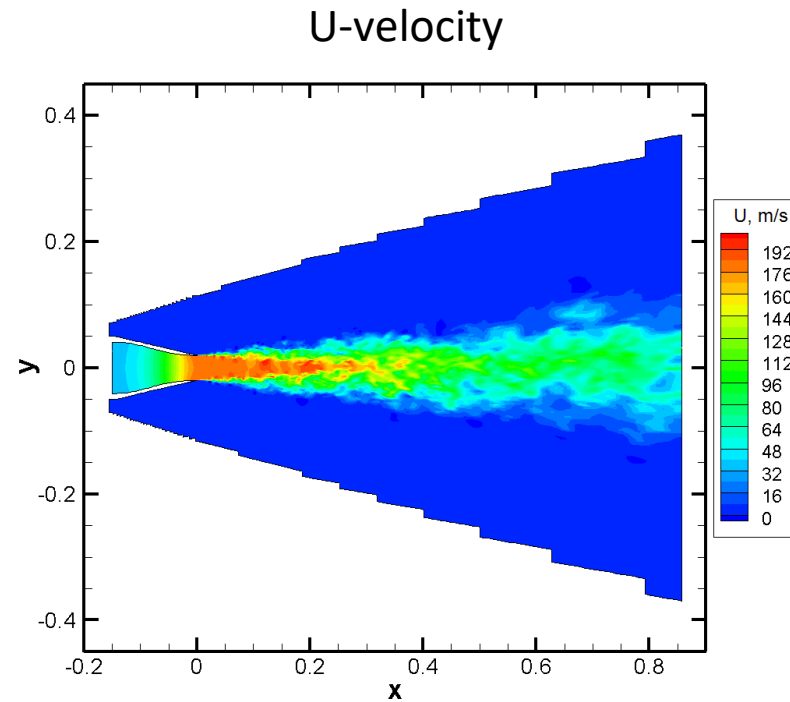
- **Результаты расчётов**

- 1 этап: формирование квази-стационарного течения в ближнем поле, $t=0-0.005$ сек



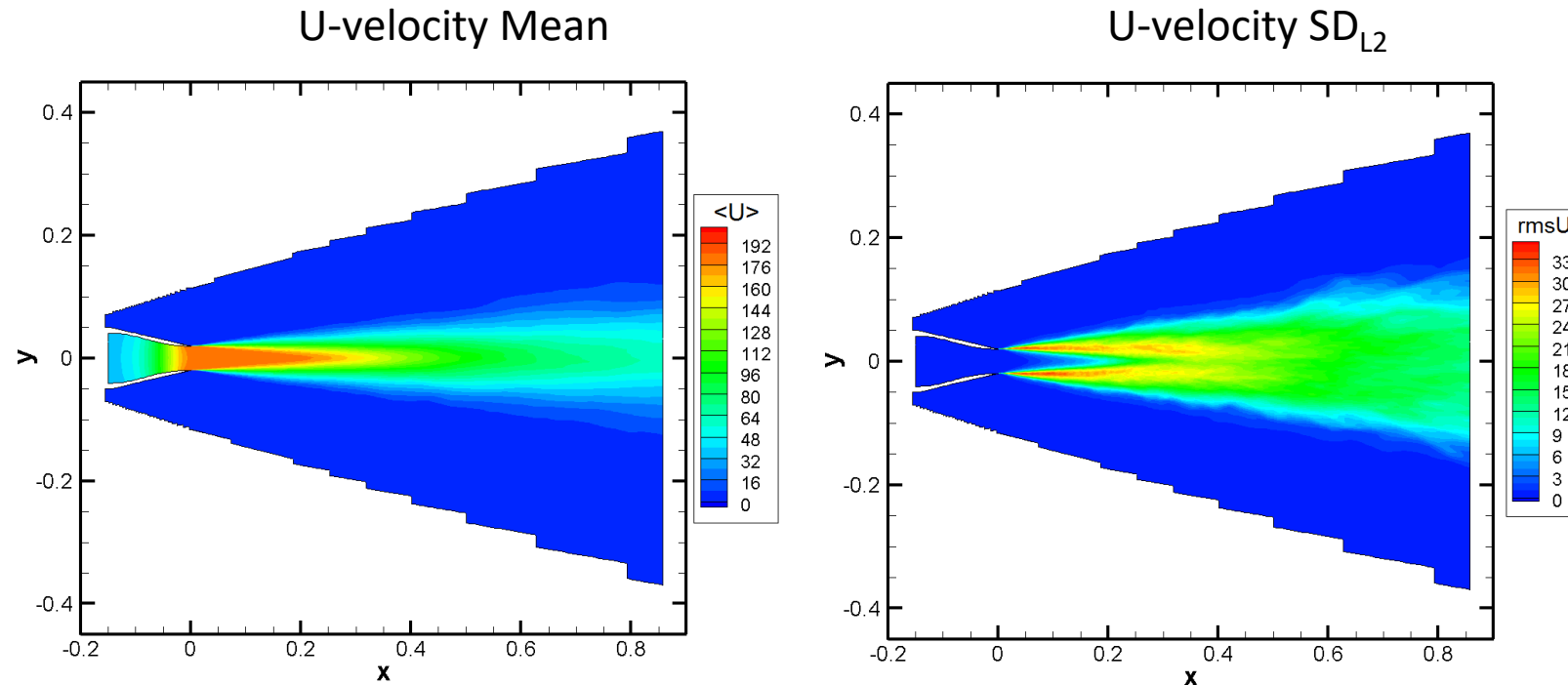
• Результаты расчётов

- 2 этап: расчёт квази-стационарного течения, $t=0.005 - 0.5$ сек.
Мгновенные значения.



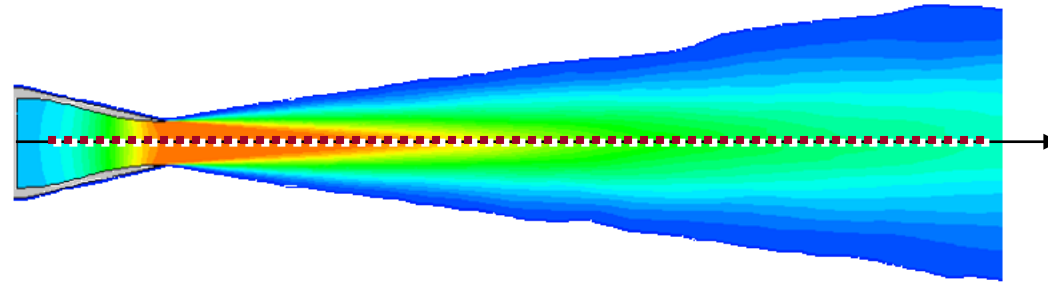
• Результаты расчётов

- 2 этап: расчёт квази-стационарного течения, $t=0.005 - 0.5$ сек.
Осреднённые значения.

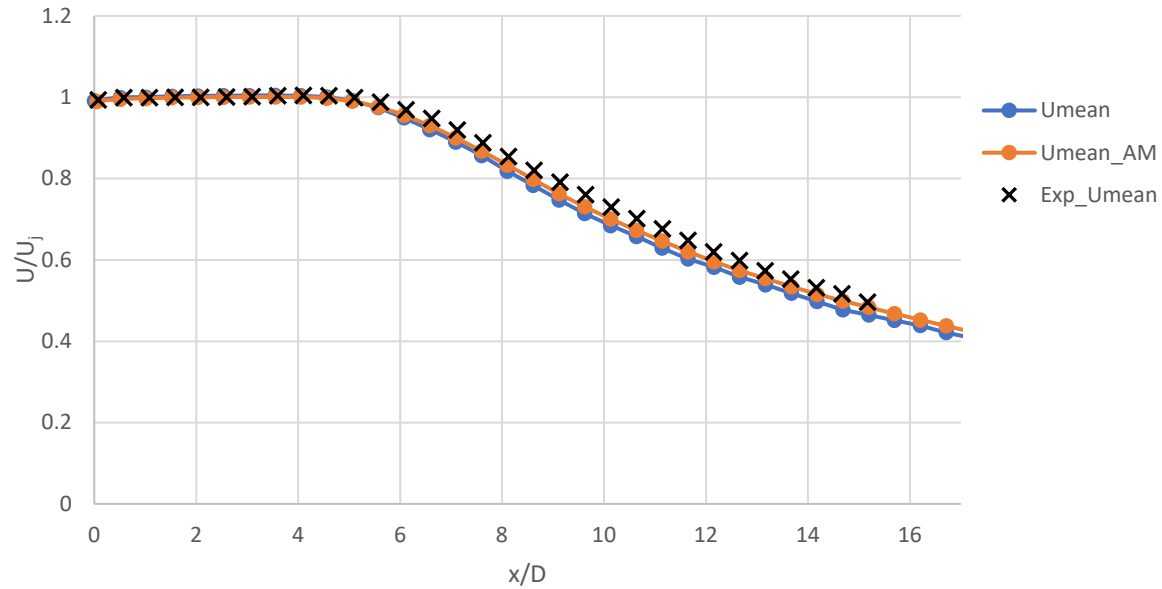


Значения параметров потока на оси струи и на линии кромки сопла осреднены по 50000 значений с частотой 100КГц

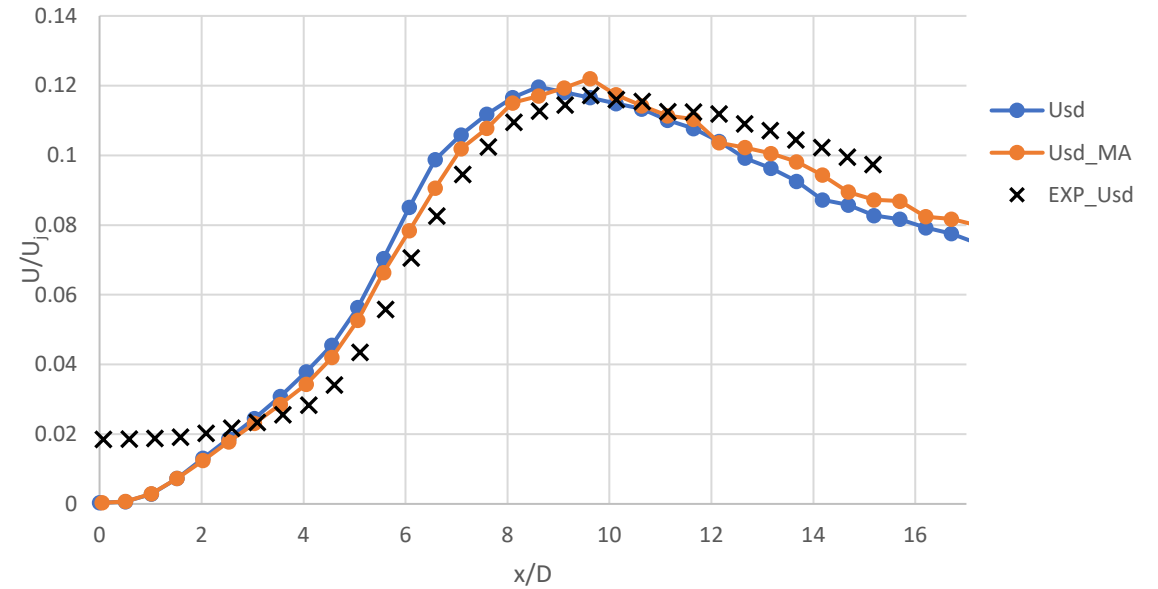
• Сравнение скоростей на оси струи



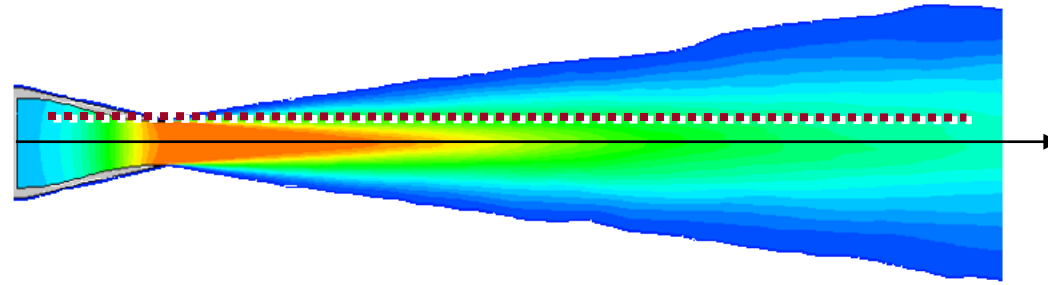
Осреднённые значения



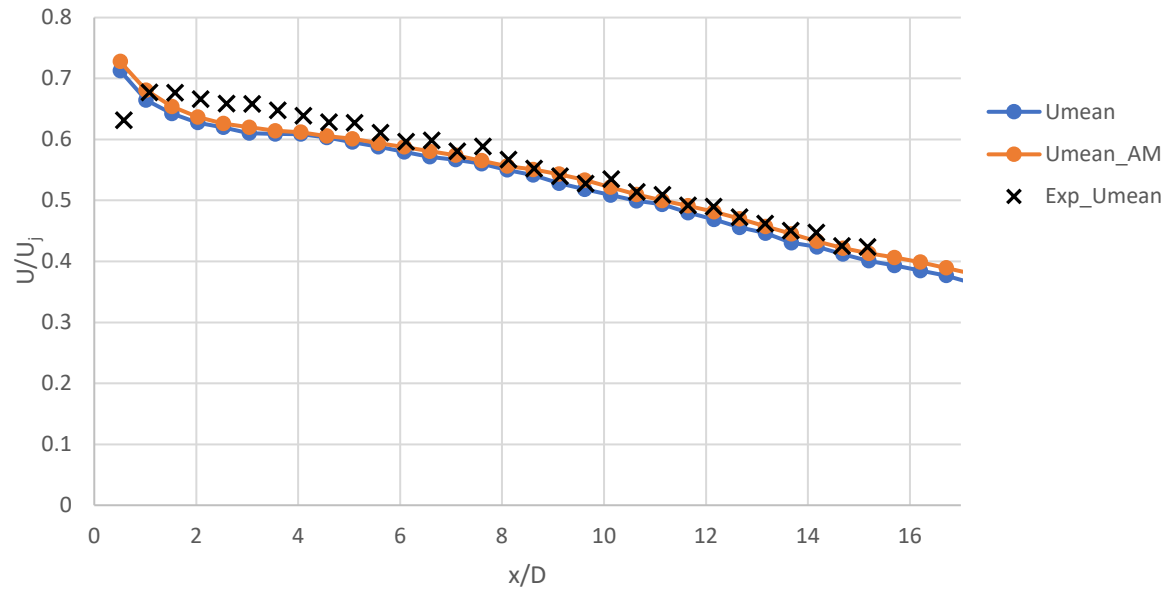
СКО



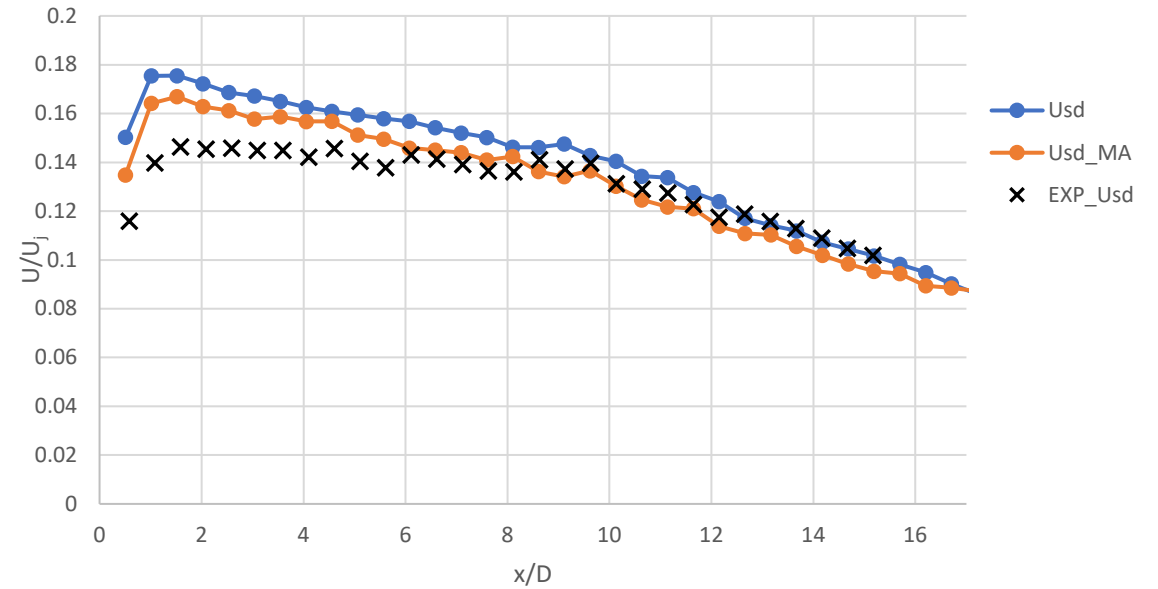
• Сравнение скоростей на линии кромки сопла



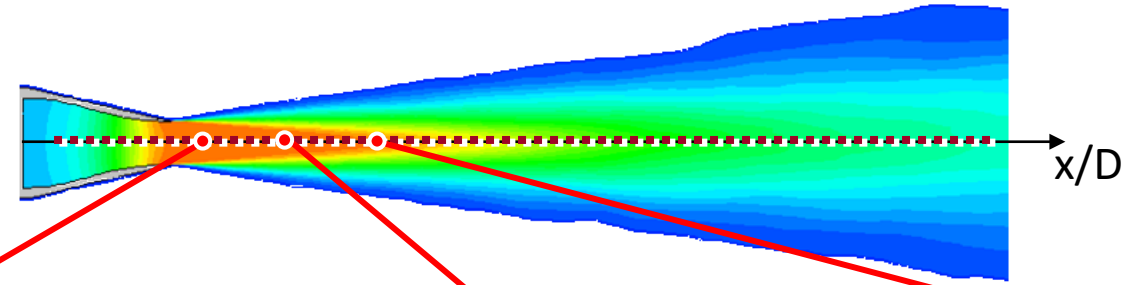
Осреднённые значения



СКО



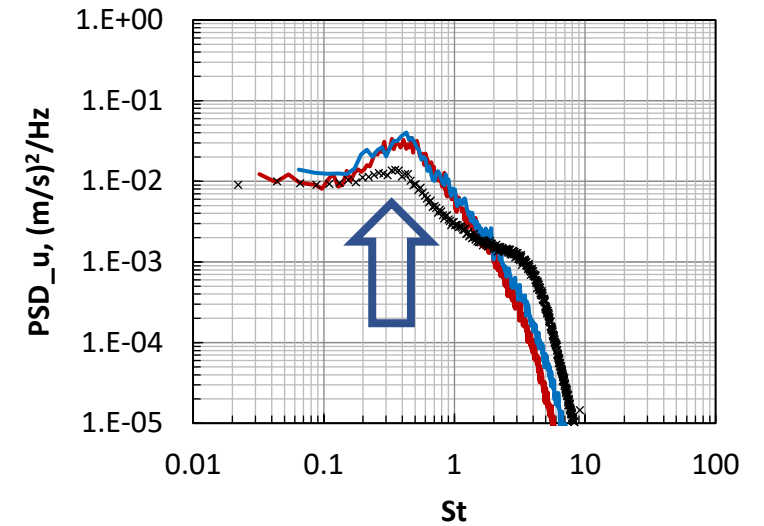
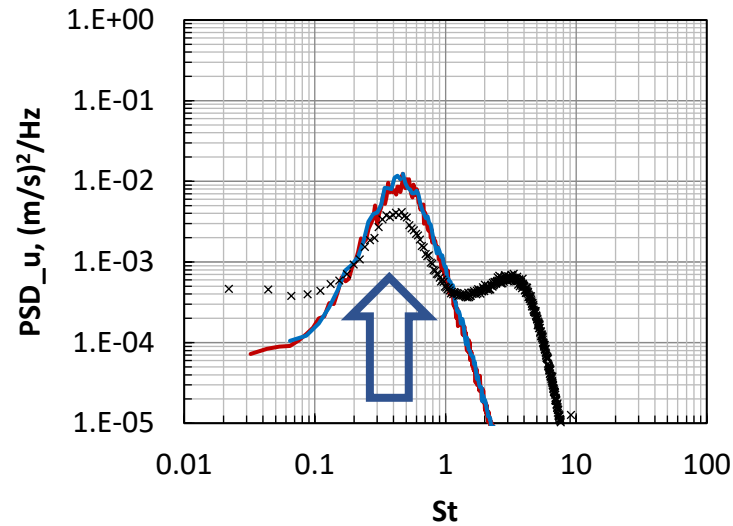
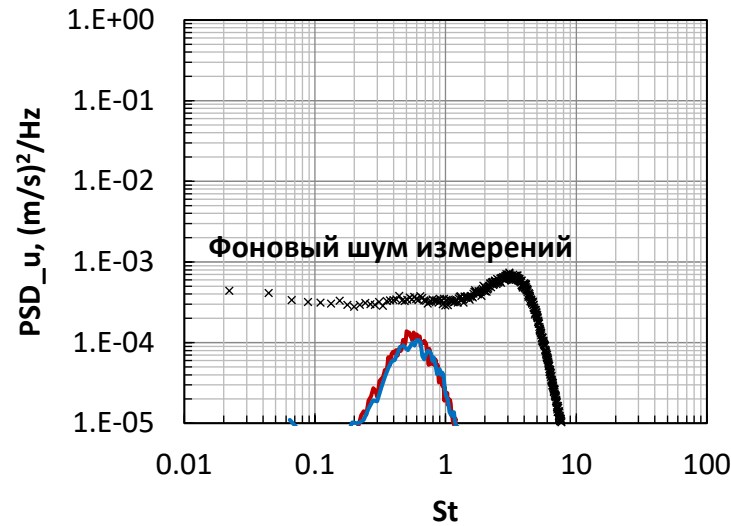
• Сравнение спектров пульсаций скоростей на оси струи



$x/D=1$

$x/D=3$

$x/D=5$

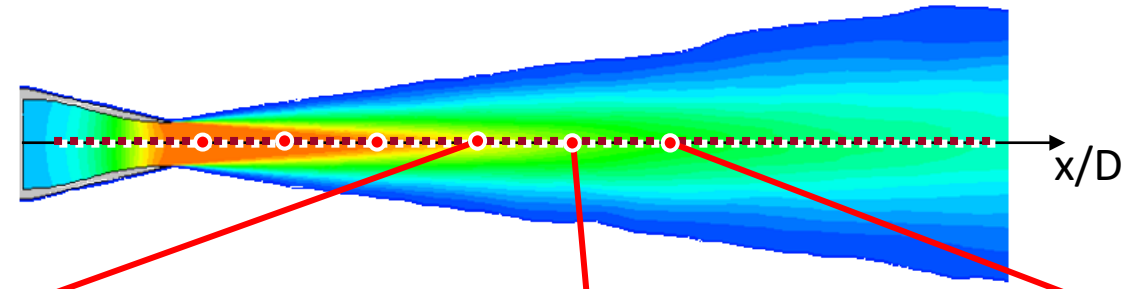


----- расчёт, ----- расчет AM, x – эксперимент

Cavalieri et al., 2013

Cavalieri, Kopiev et al., 2017

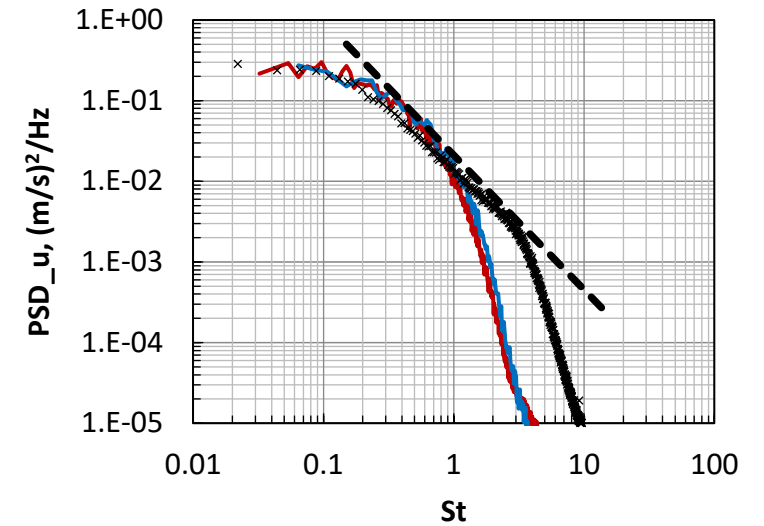
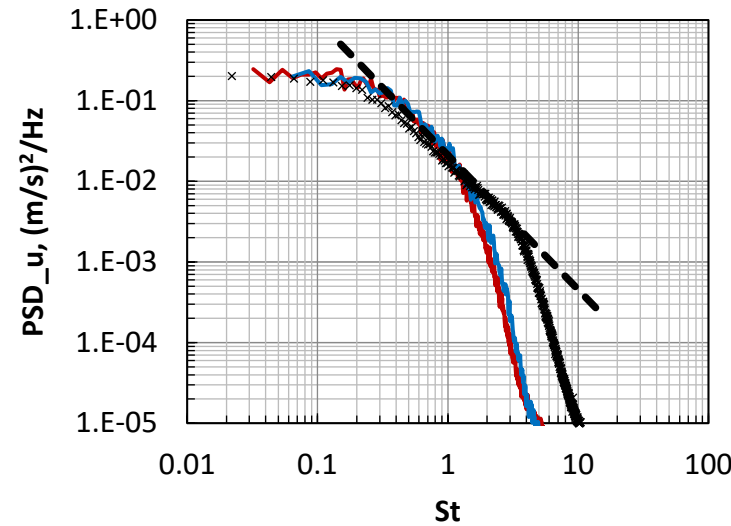
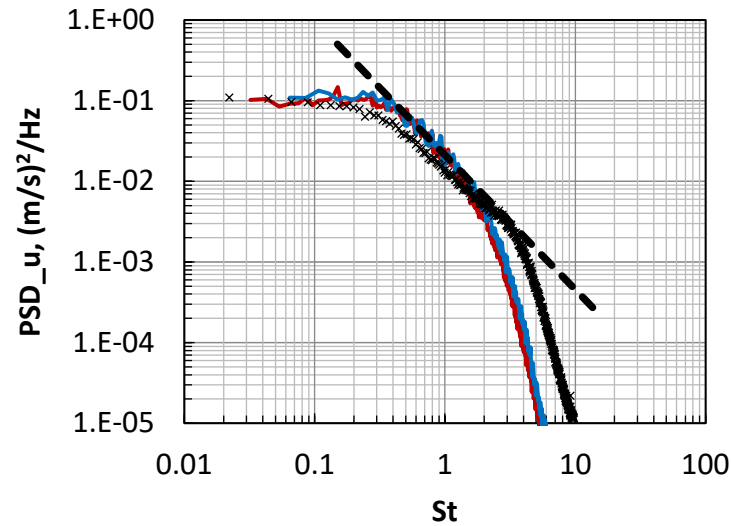
• Сравнение спектров пульсаций скоростей на оси струи



$x/D=7$

$x/D=9$

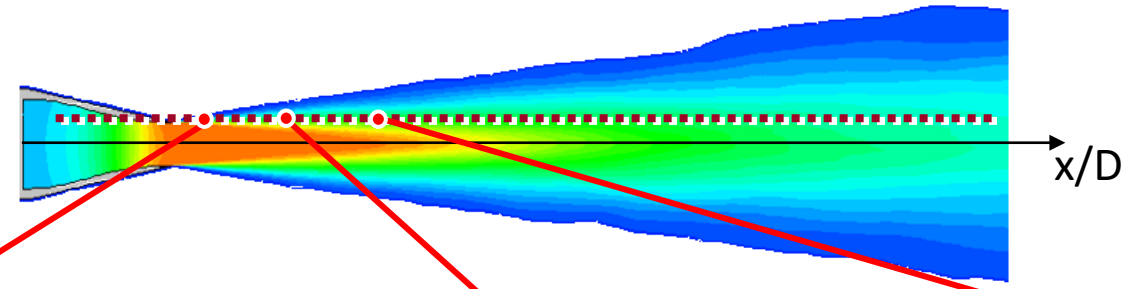
$x/D=11$



— расчёт, - - - расчёт AM, x – эксперимент, - - - $-5/3$

Cavalieri et al., 2013
Cavalieri, Kopiev et al., 2017

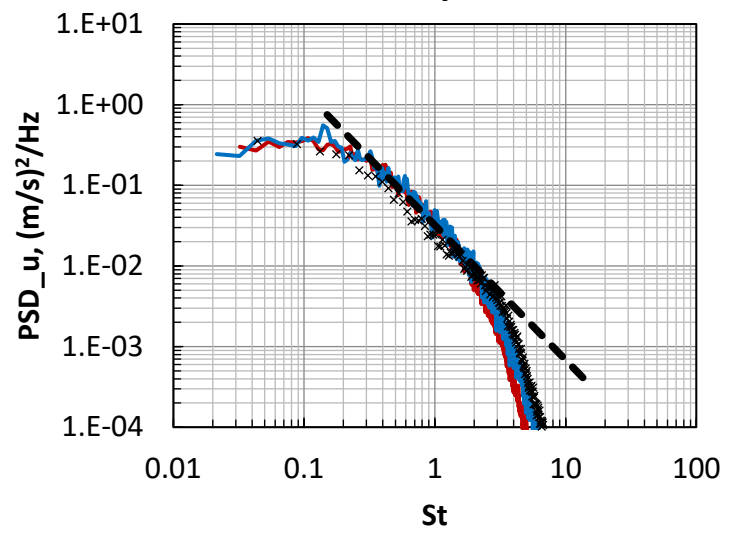
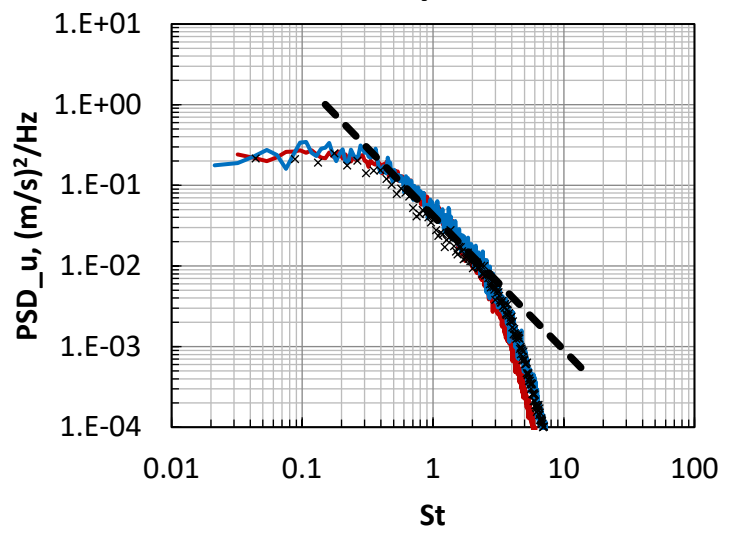
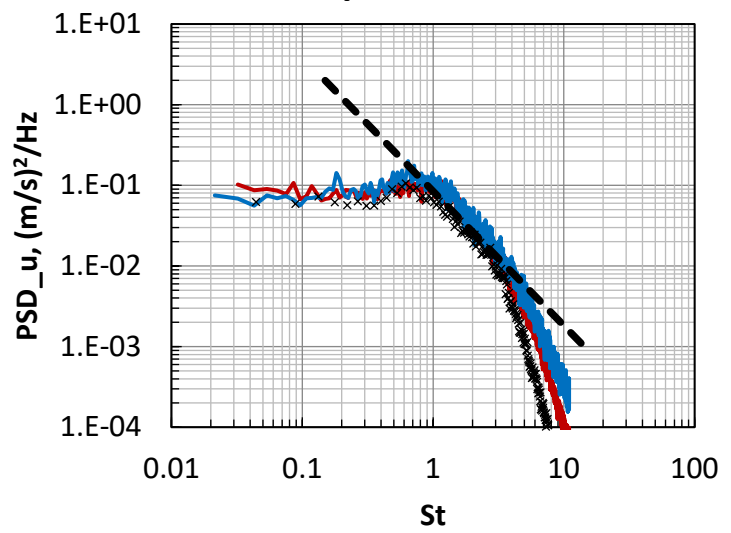
• Сравнение спектров пульсаций скоростей на линии кромки сопла



$x/D=1$

$x/D=3$

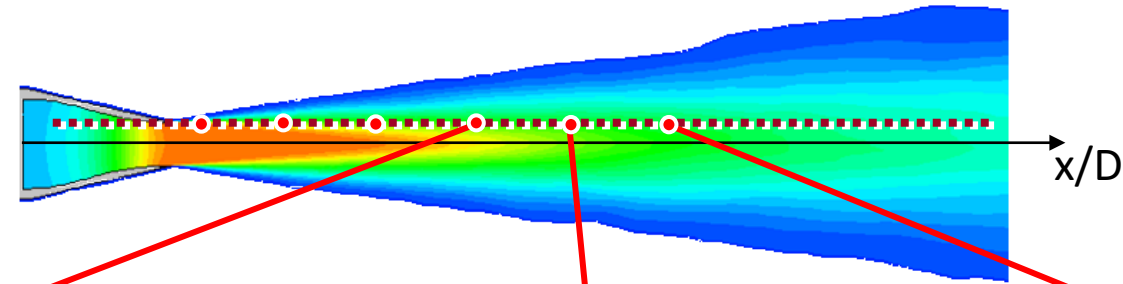
$x/D=5$



--- расчёт, --- расчет АМ, x – эксперимент, - - - -5/3

Cavalieri et al., 2013
Cavalieri, Kopiev et al., 2017

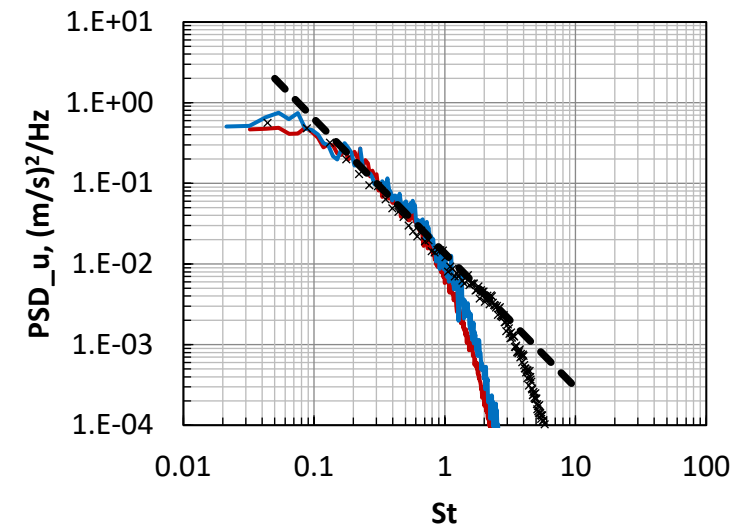
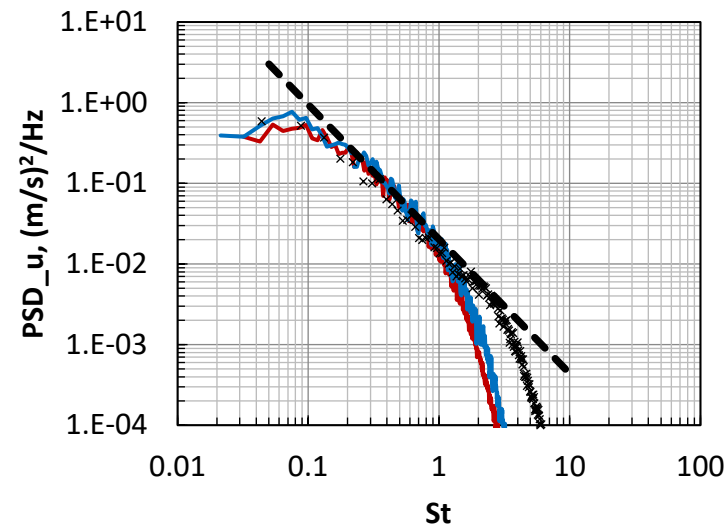
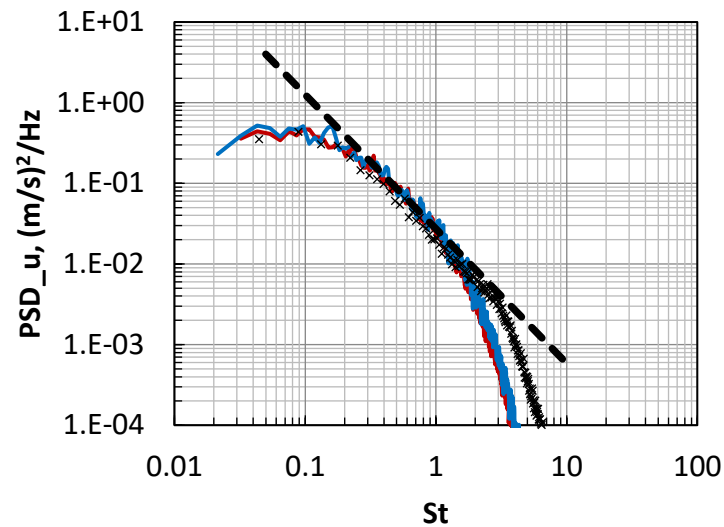
• Сравнение спектров пульсаций скоростей на линии кромки сопла



$x/D=7$

$x/D=9$

$x/D=11$

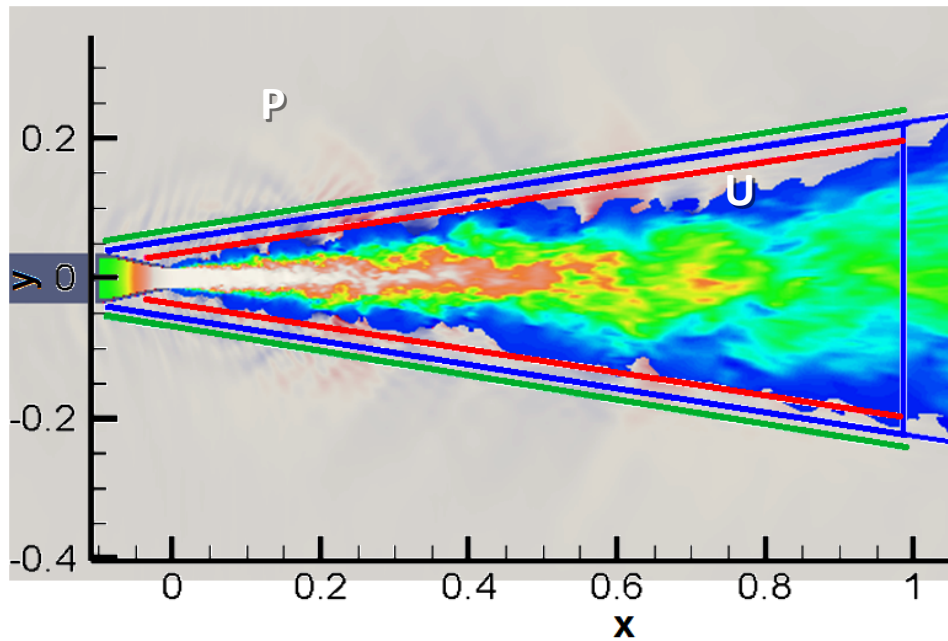


— расчёт, - - - расчёт АМ, x – эксперимент, - - - $-5/3$

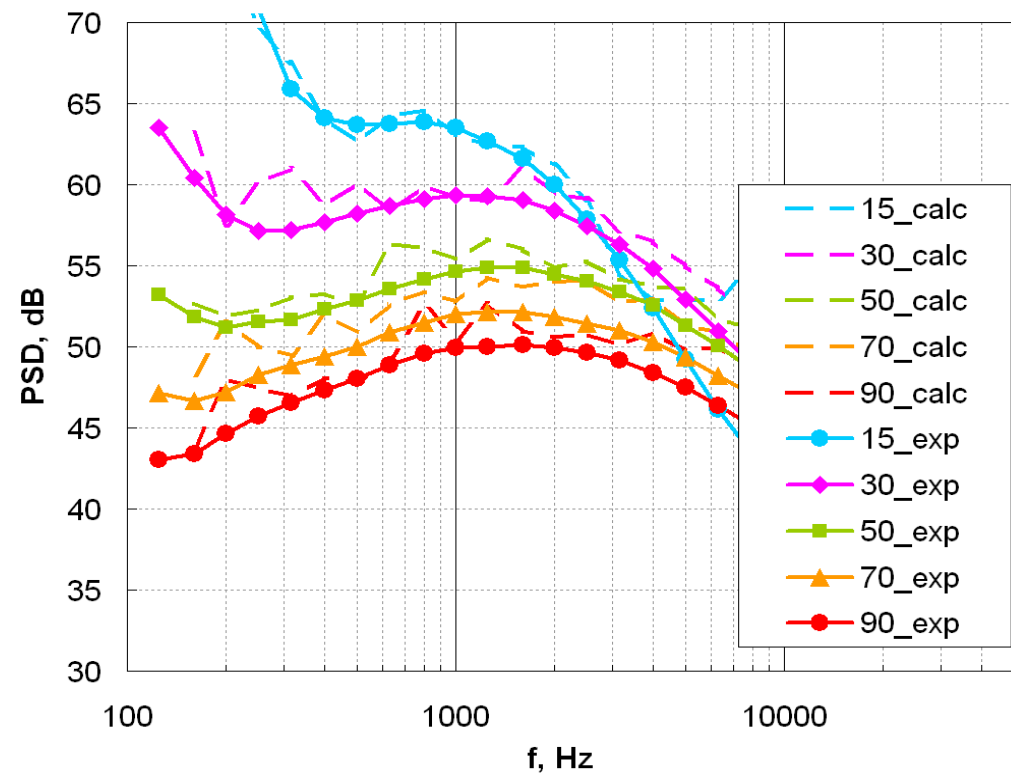
Cavaliere et al., 2013
Cavaliere, Kopiev et al., 2017

- Оценка спектральных характеристик дальнего поля.
Метод Фоукса-Вильямса и Хоукингса.

Поверхности ФВХ



Акустические спектры при разных азимутальных углах, $r=0,9$



Разработана модификация алгоритма Кабаре для решения уравнений Навье-Стокса в неинерциальных вращающихся зонах со скользящими интерфейсом на поверхности контакта вращающейся и неподвижной сеточных зон произвольной формы, обеспечивающая сохранение потоков консервативных переменных. Использование относительных скоростей сохраняет гиперболический вид уравнений с добавлением нелинейных источников инерциальных сил в неинерциальной системе координат.

Метод Кабаре с улучшенной дисперсией и модифицированной нелинейной коррекцией потоков распространён на неоднородные вращающиеся сетки, что улучшает спектральное разрешение схемы при распространении волн высокой частоты и при малых числах Куранта.

Произведена оценка погрешности разработанного метода аппроксимации инерциальных членов во вращающейся зоне и погрешности потоков на скользящем интерфейсе на модельных задачах распространения акустических плоских волн. Показано, что разрабатываемый метод сохраняет основные характеристики базового алгоритма Кабаре.

Для оценки акустических параметров дальнего поля использован интегральный подход Фоукса-Вильямса и Хоукинга.

Выполнено MPI-распараллеливание кода. MPI и GPU версии Кабаре опробованы для моделирования обтекания пропеллера.

Быстродействие и спектральные свойства алгоритма Кабаре улучшено благодаря реализованному на GPU асинхронному подходу, в котором шаг по времени в каждой ячейке сетки определяется исходя из локального оптимального числа Куранта, при этом сохраняется второй порядок и обеспечивается сохранение потоков через границы марширующих с разным шагом ячеек.

Выполнена верификация и валидация асинхронного GPU-алгоритма по результатам измерений средних и пульсационных характеристик струи при $M=0,5$ в АК-2 ЦАГИ и результатам расчётов базового алгоритма Кабаре (A.Markesteyn et al., AIAA-2015-2223).

Работа выполняется в рамках гранта РФФИ (проект 21-71-30016).

Fin