



POLYTECH

Peter the Great
St. Petersburg Polytechnic
University



РАЗВИТИЕ КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ SINF/Flag-S

Смирнов Е.М., Колесник Е.В., Смирновский А.А., Смирнов С.И.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ)

Институт прикладной математики и механики

Комплекс программ SINF: Компоненты

Блочно-структурированные сетки

- **Базовый расчетный код SINF** (3D Навье-Стокс, газ/жидкость; 1992-2010)
- Интерактивный 2D генератор сеток + 3D утилиты (1993-1998)
- Визуализатор **FLAG** (*Flow Analysis Graphics*; 1993-1997)
- **Специализированные коды/версии:**
 - Течения с дисперсными частицами (Лагранж-Эйлер; 1996-1997)
 - МГД течения (1998-1999)
 - Интегрированный учебный пакет **FLOS** (*Flow Studio*; 2000-2003)
 - **ПГС-ТК** (многокомпонентная парогазовая смесь, равновесная объемная и пленочная конденсация, ...; для СПб АЭП, 2009-2012)

Неструктурированные (полиэдральные) сетки

- **Базовый код SINF/Flag-S** (2005-н.в.)
- **Специализированные коды:**
 - **Flag-FS** (течения со свободной поверхностью; 2009-2014)
 - **ТЕМБР** (жидкие металлы; для ГК Росатом, 2012-2013)
 - **СКАТ³** (сопряженный тепломассоперенос ...; Роскосмос, 2014-2015)

Код SINF/Flag-S, оперирующий неструктурированными сетками *(разрабатывается с 2005 г. по н.вр.)*

Общие цели и задачи кода

- **Освоение современных и разработка новых методов и технологий**
- **Проведение фундаментальных исследований**
- **Решение задач промышленной гидрогазодинамики и теплообмена**
- **Базовые версии не предполагают отчуждаемости (ответвления - да)**
- **Интеграция с другими кодами пока не осуществлялась**

Классы задач, решаемых с использованием неструктурированного кода SINF/Flag-S на конец 2016 г.

- Ламинарные и турбулентные течения несжимаемой жидкости
- Течения со свободными поверхностями (пока без поверхностного натяжения и межфазного теплообмена)
- Дозвуковые течения однородного газа
- Свободно- и смешанно-конвективные течения в полях гравитационных сил
- Задачи сопряженного теплообмена (без радиационного), включая процессы испарения и конденсации на границах раздела сред
- Задачи теплообмена при течении через пористые тела

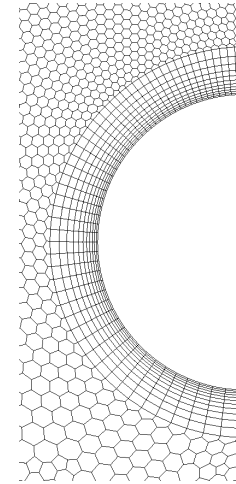
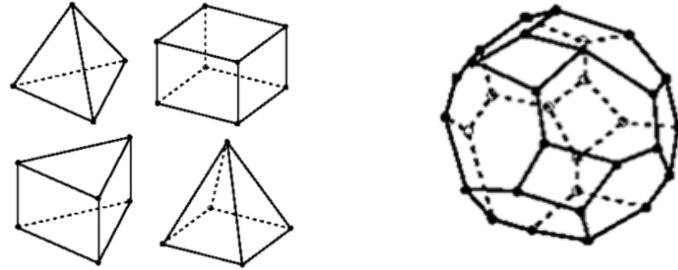
В активной разработке в 2017-2019 гг.

- Модули для расчета сверх- и трансзвуковых течений однородного газа

Модели, реализованные в неструктурированном коде SINF/Flag-S

- Вязкая текучая среда (уравнения Навье-Стокса)
- RANS-модели турбулентности (k , ν_t -SA, k - ϵ , k - ω , MSST)
- Расширенные («автоматические») пристенные функции
- Вихреразрешающие модели турбулентности (LES, DES, IDDES)
- Генератор входной синтетической турбулентности
- Модели метода Volume-of-Fluid (VOF) для расчета течений со свободными поверхностями

Сетки и сеточные технологии в неструктурированном коде SINF/Flag-S



- Неструктурированные многоблочные (стыкуемые) сетки
- Регулярная («узел в узел») стыковка на межблочных границах
- Собственная утилита для разбивки и сбора сетки с применением библиотеки METIS

Генерация сеток

- Использование открытого кода Salome
- Использование коммерческих генераторов сеток

Численные методы, реализованные в коде SINF/Flag-S на конец 2016 года

- Метод конечных объемов (второй порядок пространственной аппроксимации)
- Переменные «давление-скорость»
- Разные «сжимающие» схемы для расчета межфазной границы (основная – M-CICSAM)
- Второй порядок аппроксимации по физическому времени
- Схемы продвижения по физическому времени : (1) неявная с итерациями по SIMPLEC-алгоритму или методу Роджерса-Квака, (2) оригинальная полу-неявная схема метода дробных шагов
- Солверы для СЛАУ: GMRES, CG, Bi-CGstab, оригинальный многосеточный алгоритм, включающий процедуру геометрической агломерации ячеек

Разработки 2017-2019 г.

- Явные и неявные (в «приращениях») схемы для расчета сверх-, транс- и **дозвуковых** течений однородного газа

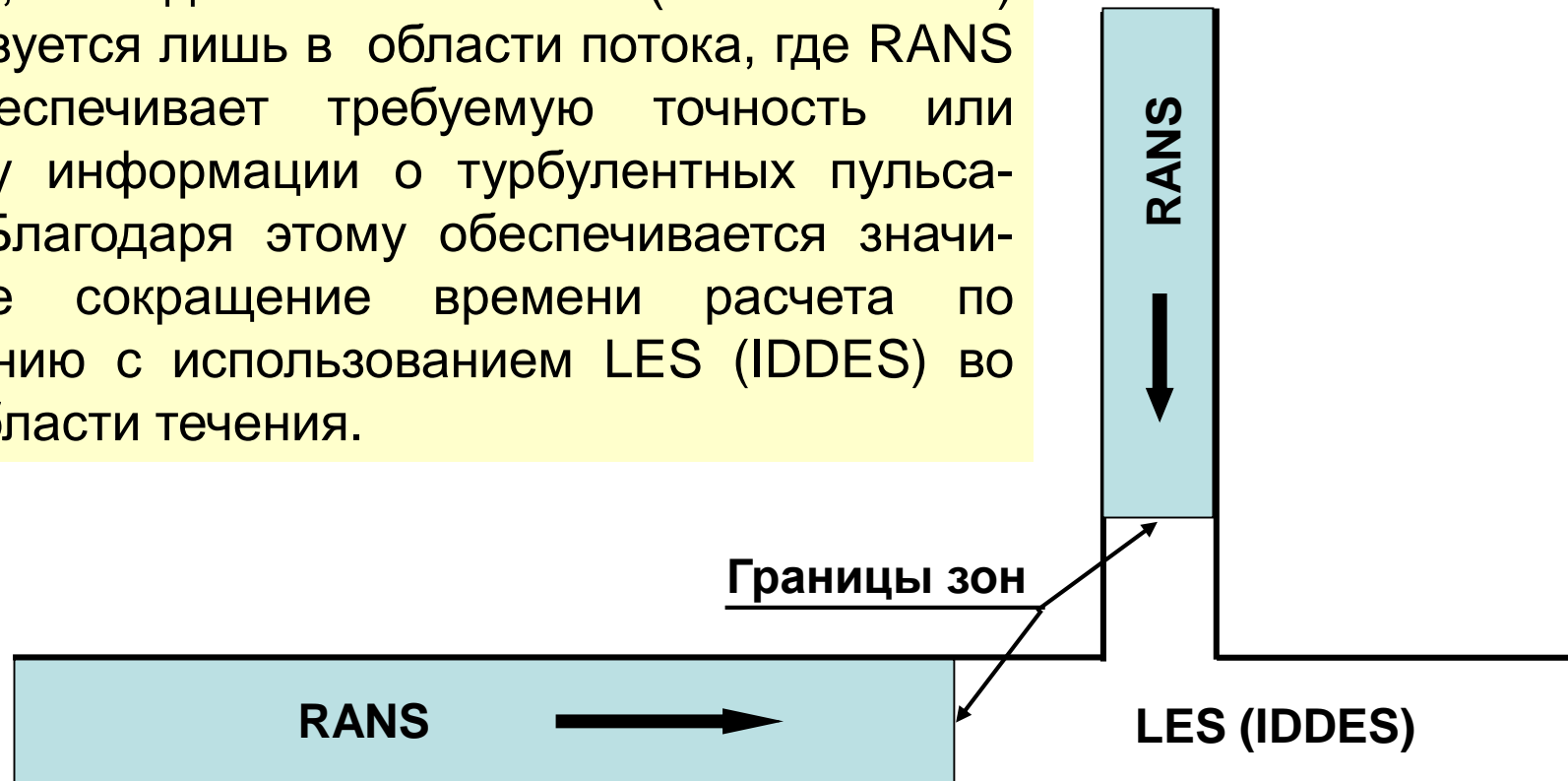
Дополнительная информация о «неструктурированном» коде SINF/Flag-S

- **Целевые архитектуры ВК и ОС: Linux, Windows**
- **Параллельные вычисления: тип распараллеливания – одноуровневое MPU;**
- **Техника и политика тестирования: не устоялась, база основных рабочих тестов – около 50**
- **Ведение документации: ведется рабочая документация по фиксации изменений в «этапные» версии кода и в пользовательские файлы с вводными данными**
- **Наличие версий: используется среда SVN для хранения и обмена версиями, есть понятие «этапных» версий, всего их 12**
- **Язык исходного кода: FORTRAN-90**

**Начальный опыт приложения генератора
входной турбулентности для расчета
свободноконвективных течений**

Зональная (вдоль потока) RANS/LES гибридикация

Идея: область вверх по потоку от некоторой границы рассчитывается на основе RANS модели, тогда как LES (или IDDES) используется лишь в области потока, где RANS не обеспечивает требуемую точность или полноту информации о турбулентных пульсациях. Благодаря этому обеспечивается значительное сокращение времени расчета по сравнению с использованием LES (IDDES) во всей области течения.



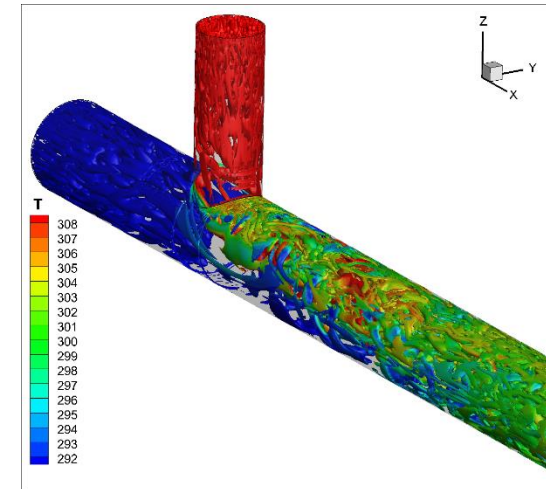
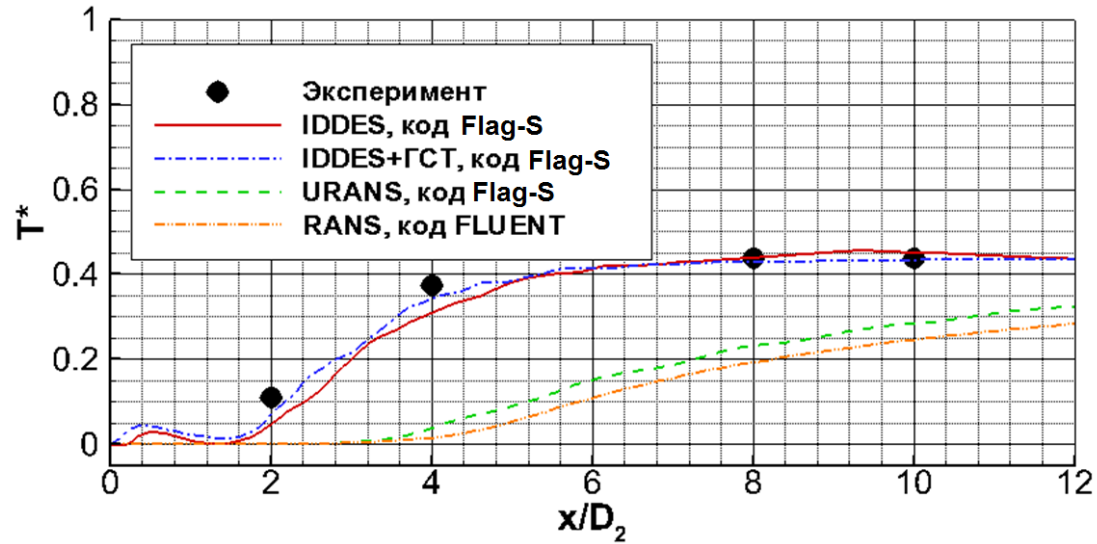
Зональная RANS/LES гибридизация (продолжение)

Ключевой проблемой для зонных RANS-LES подходов является создание турбулентного контента при переходе от области RANS к расположенной ниже по потоку области LES (IDDES). В литературе предложены разные процедуры «обогащения» исходно осредненного потока турбулентными пульсациями.

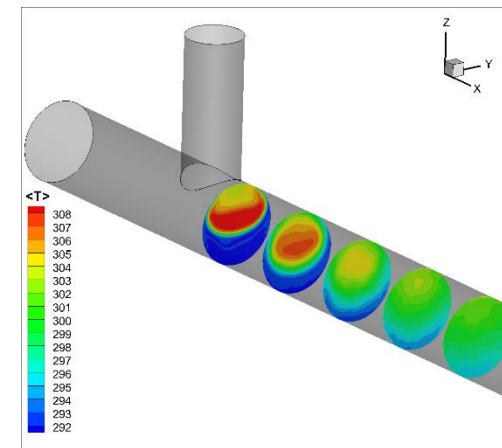
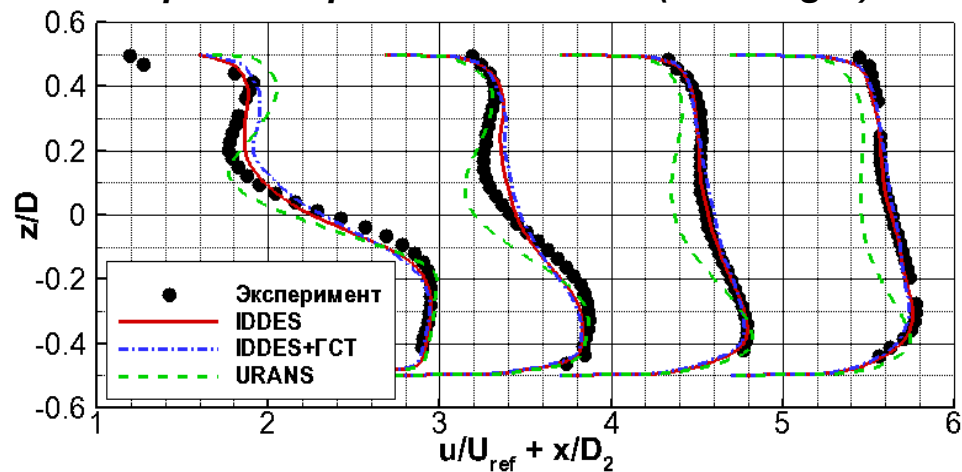
Удачные разработки (2010-2013 гг.) возникли в СПбПУ в результате исследований, проведенных сотрудниками научной группы проф. М.Х.Стрельца (Д.Адамьян, А.Гарбарук, М.Грицкевич, А.Травин).

Пример вынужденной конвекции. Смешение разно-нагретых потоков воды в T-образном соединении труб: расчеты по коду SINR/Flag-S

Температура вдоль боковой линии



Скорость в разных сечениях (код Flag-S)



Генератор синтетической турбулентности

Вектор скорости и температура в точке $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ на входе в LES область задаётся в следующем виде:

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{U}_{\text{RANS}}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$$

$$T(\mathbf{r}, t) = T_{\text{RANS}}(\mathbf{r}) + T'(\mathbf{r}, t)$$

Пульсации скорости и температуры определяются как суперпозиция амплитудно-модулированных мод Фурье на основе энергетического спектра фон Кармана.

$$\begin{aligned} u'_i(\mathbf{r}, t) &= a_{ij} v'_j(\mathbf{r}, t) & \mathbf{v}'(\mathbf{r}, t) &= \sqrt{6} \sum_{n=1}^N \sqrt{q^n(\mathbf{r}, t)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^n \cdot \cos\left(k^n \mathbf{d}^n \cdot \mathbf{r} + \varphi^n + s^n \frac{t}{\tau}\right) \\ T'(\mathbf{r}, t) &= a_{4j} \vartheta'_j(\mathbf{r}, t) & \vartheta'(\mathbf{r}, t) &= \sqrt{6} \sum_{n=1}^N \sqrt{q^n(\mathbf{r}, t)} \cdot \cos\left(k^n \mathbf{d}^n \cdot \mathbf{r} + \varphi^n + s^n \frac{t}{\tau}\right) \end{aligned}$$

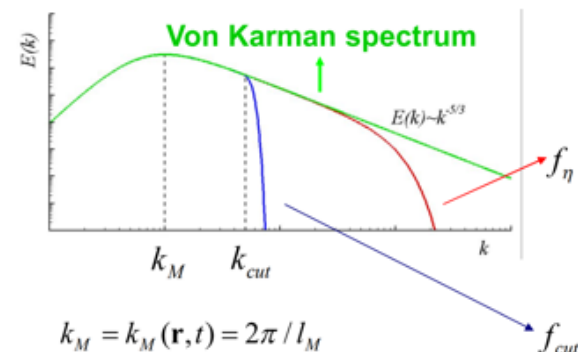
Тензор Рейнольдсовых напряжений $\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}}$ a_{ij} – компоненты тензора $\hat{\mathbf{A}}$

\mathbf{d}^n $\boldsymbol{\sigma}^n$ φ^n s^n вычисляются на основе генератора случайных чисел

τ – глобальный масштаб времени (задаваемый параметр)

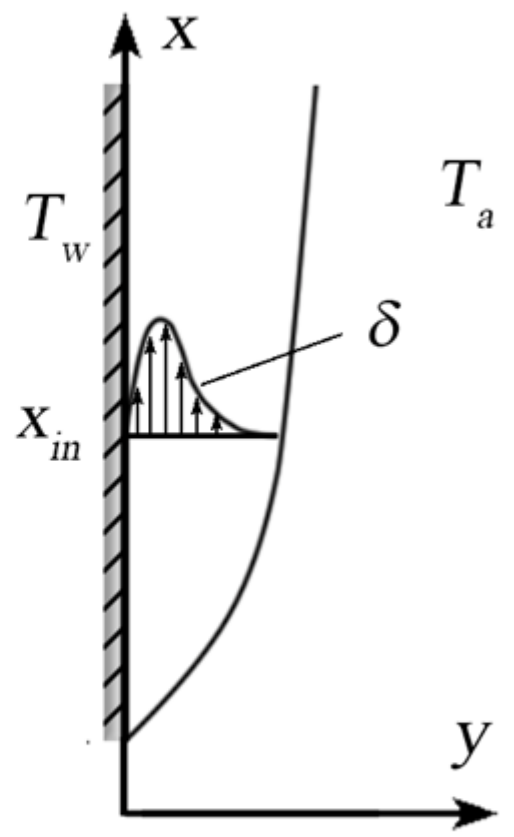
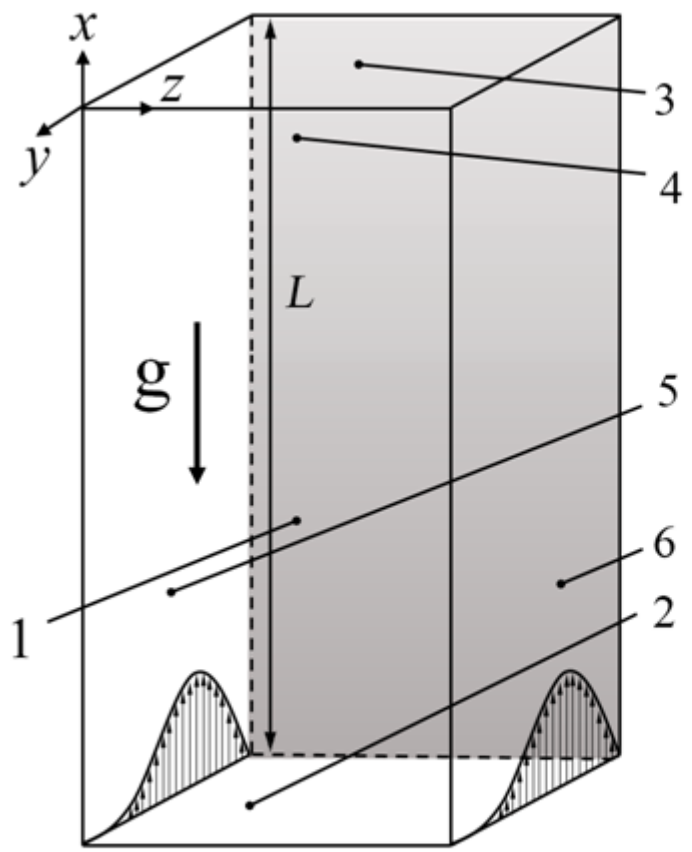
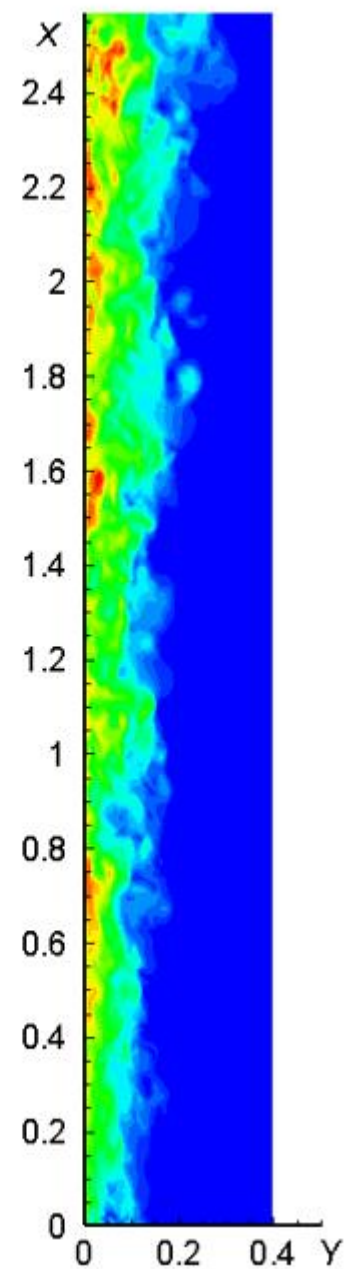
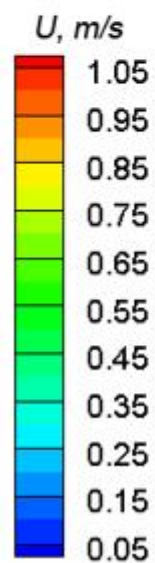
q^n – нормированная амплитуда моды n , которая определяется из локального энергетического спектра турбулентности:

$$E(k) = \frac{(k/k_e)^4}{[1 + 2.4(k/k_e)^2]^{17/6}} f_\eta f_{\text{cut}}$$

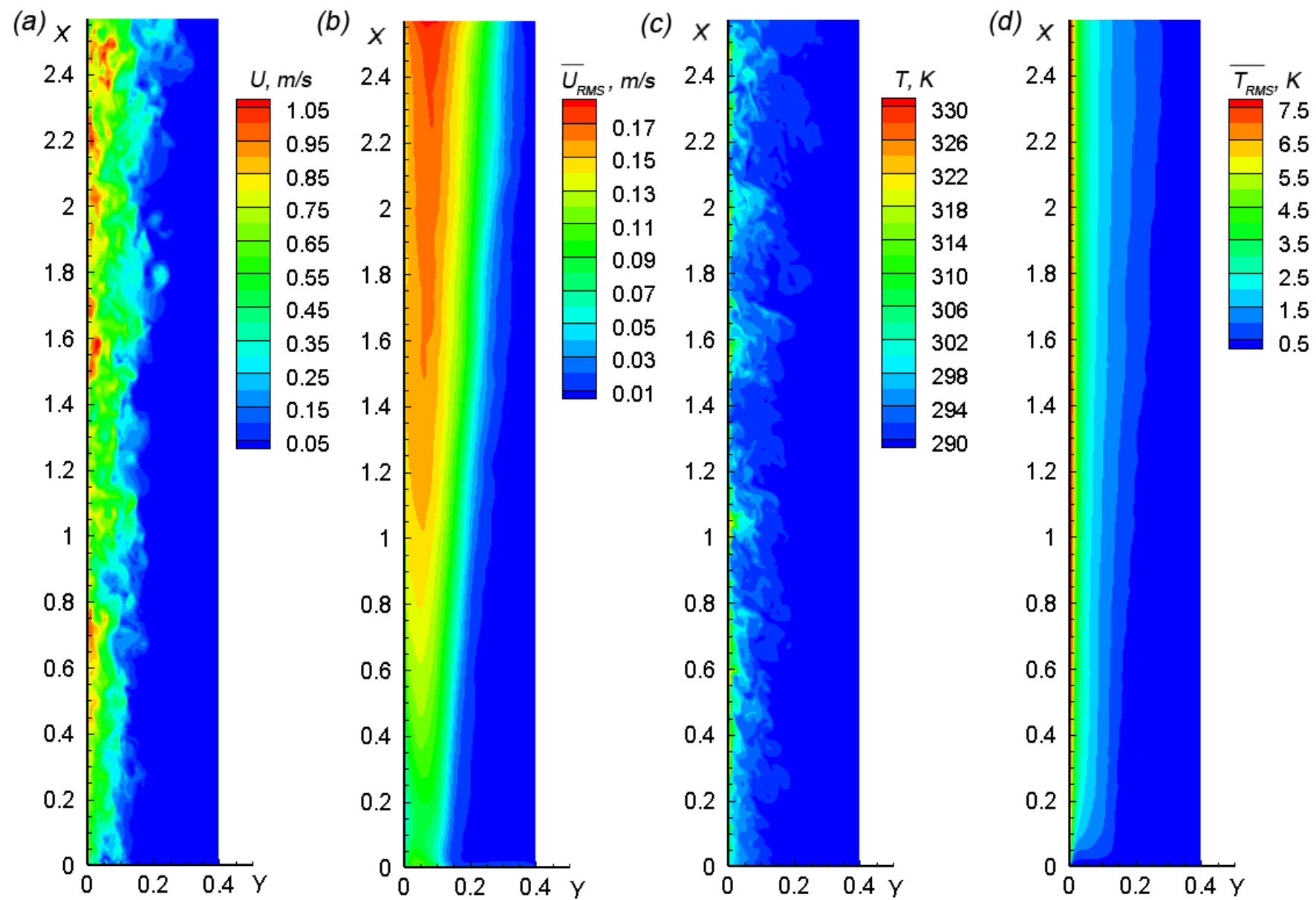


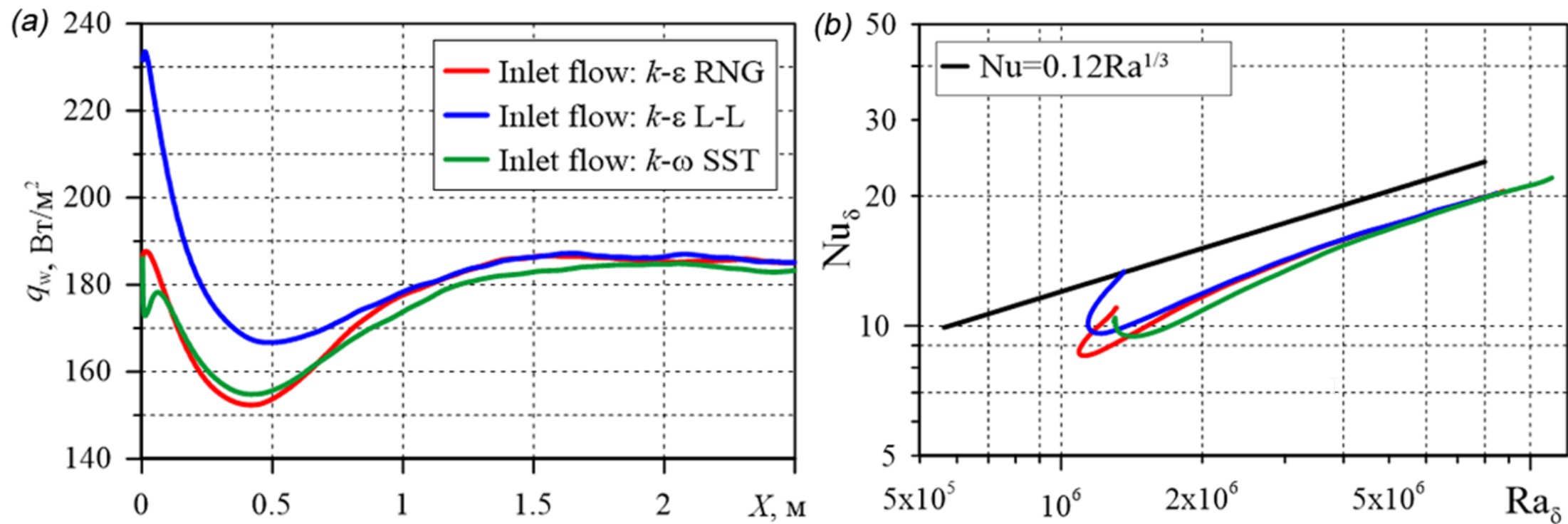
Для расчетов использовался код **SINF/Flag-S**

- Сила плавучести в приближении Буссинеска
- Implicit LES
- Метод дробных шагов для продвижения по времени (трехслойная неявная схема)
- Сетка размерностью 18 млн. ячеек, $y^+ \approx 0.4$



(a) (b)
Computational domain for 3D (a) and 2D (b) calculation



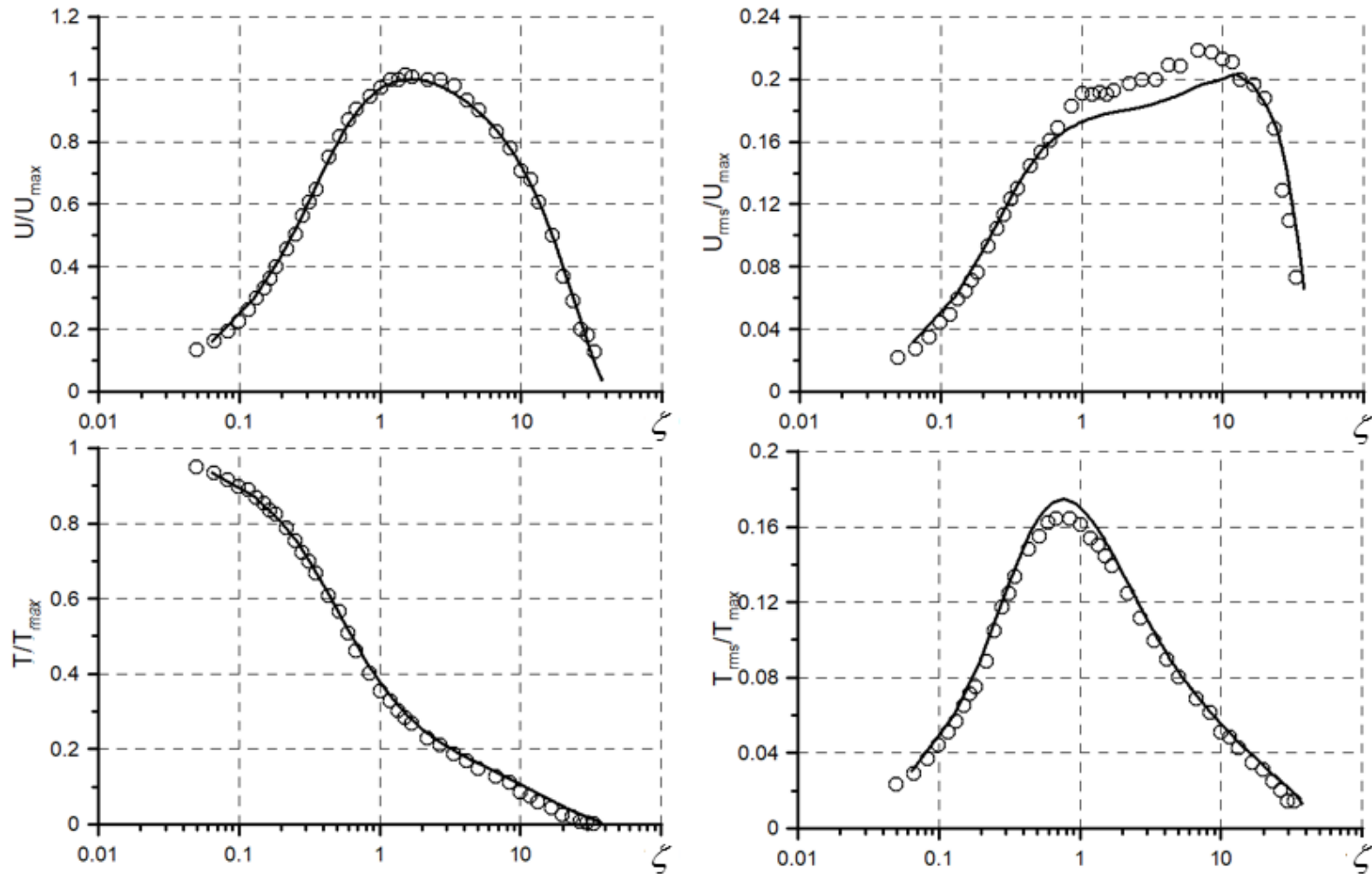


Distribution of averaged wall heat flux along the plate (a) mean Nusselt numbers vs. the Rayleigh number based on boundary layer thickness δ (b)

Сравнение с экспериментом Tsuji&Nagano (1988)

Сопоставление профилей средней скорости и температуры и
среднеквадратичных пульсаций в сечении $Gr_x = 8.44 \cdot 10^{10}$

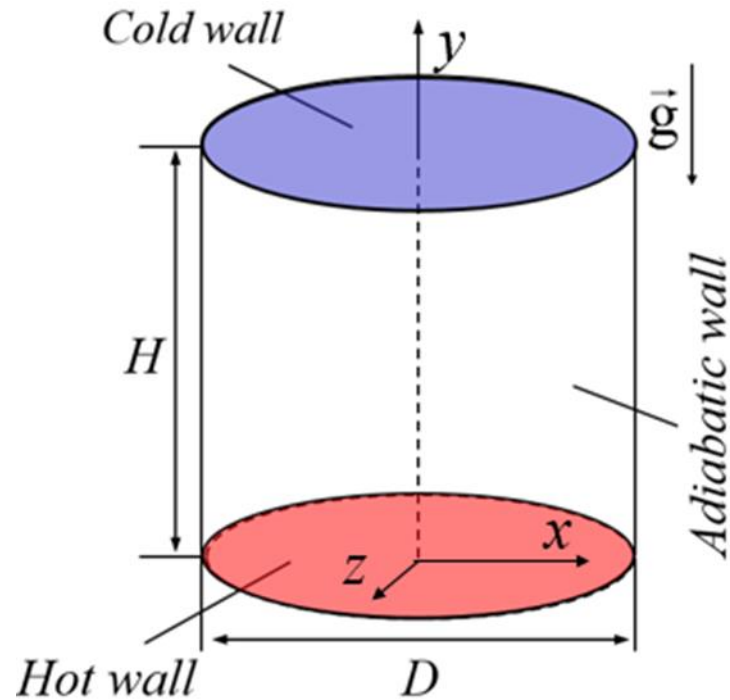
Расчет с входным профилем, полученным по k-ε Lien-Leschziner



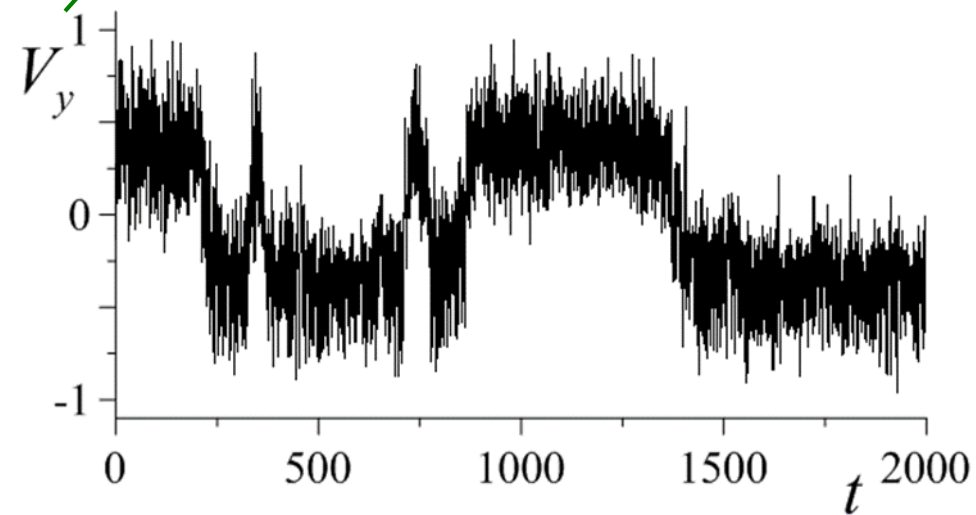
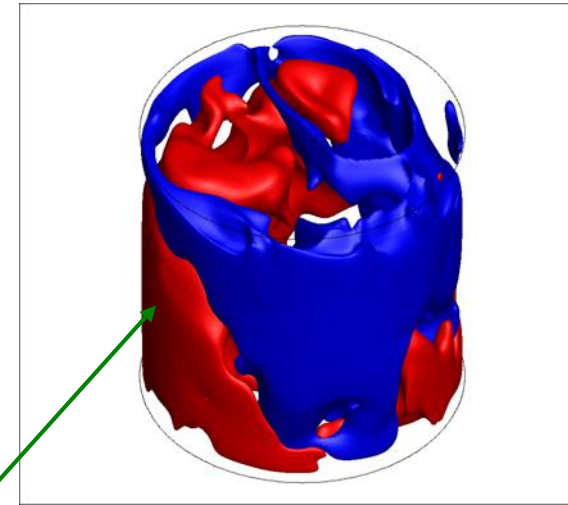
$$\zeta = yNu_x/x$$

**Пример обострения
«проблемы длительных выборок»
вследствие идеализации задачи**

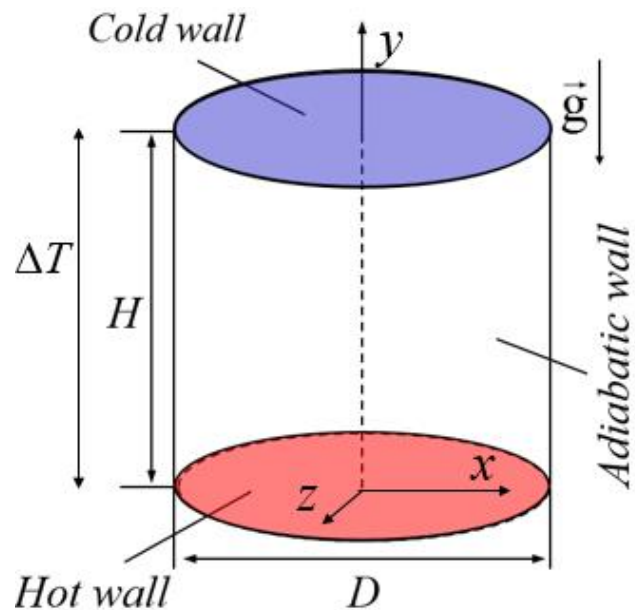
Турбулентная Р-Б конвекция в цилиндре



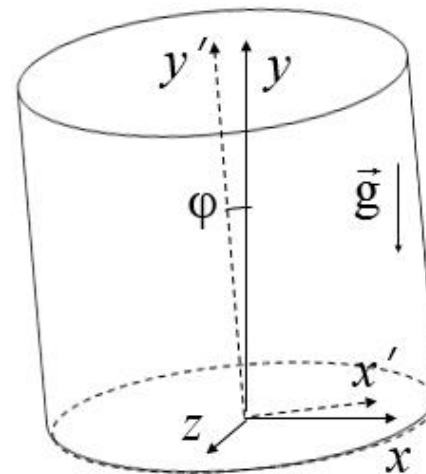
Важнейшее свойство турбулентной конвекции, развивающейся в подогреваемом снизу круговом цилиндре конечной высоты, заключается в наличии крупномасштабной циркуляции (КМЦ), называемой также конвективной ячейкой.



Каноническая постановка



Случай наклоненной емкости



Расчеты были проведены при:

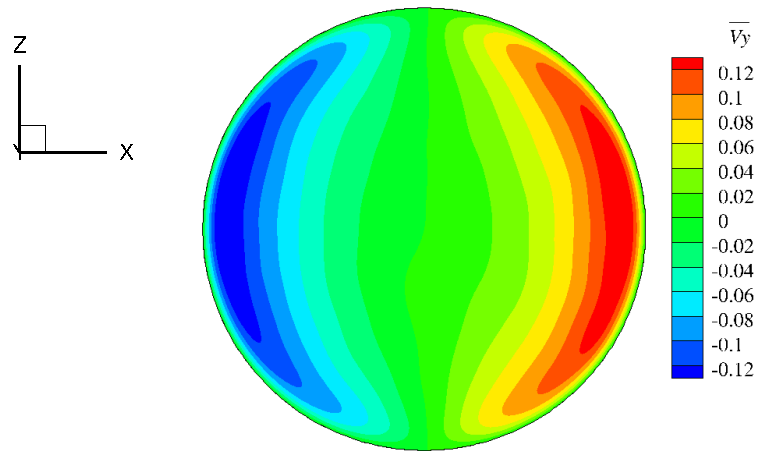
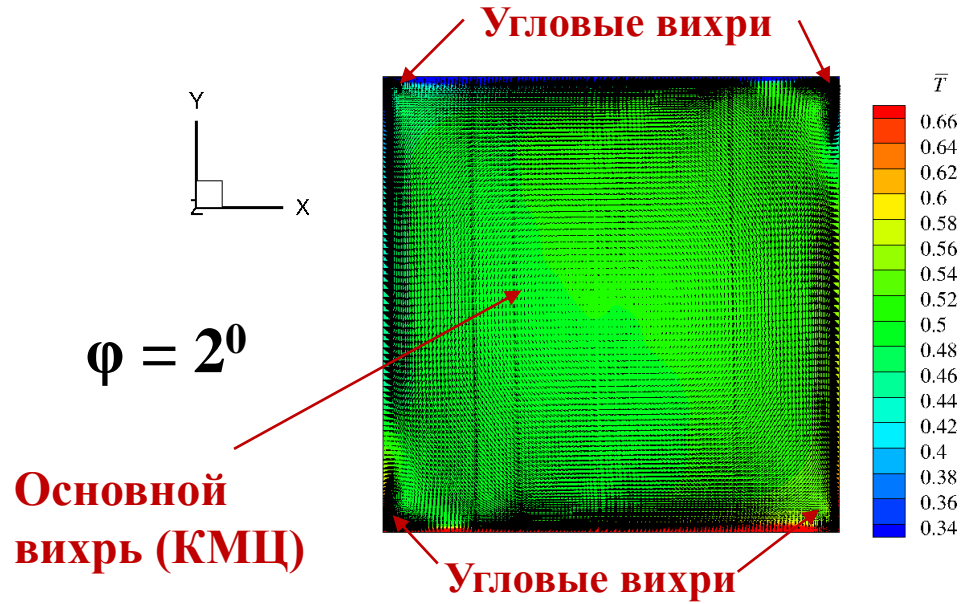
- 1) $Pr = 0.025$ (ртуть), $Ra = 10^6$;
- 2) $Pr = 6.4$ (вода), $Ra = 10^8$.

Угол наклона емкости: $\phi = 0; 1^\circ$ и 2°

Результаты расчетов при $Pr = 6.4, Ra = 10^8$:

угол наклона цилиндра $\varphi = 2^0$

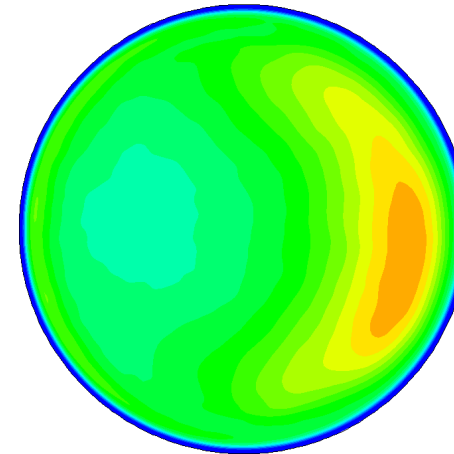
Осредненные поля температуры и скорости в центральных сечениях



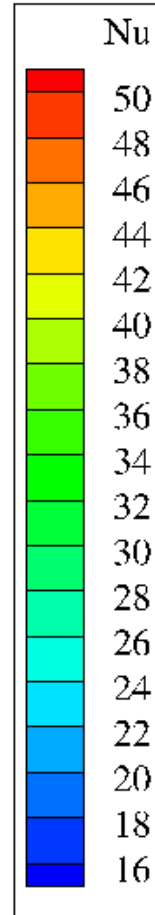
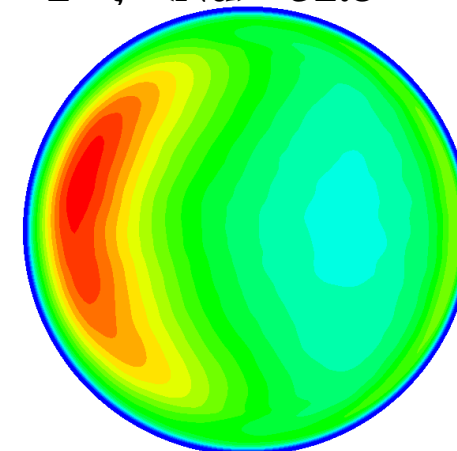
Осредненное по времени число локальное число Нуссельта

$$t_{\text{осреднения}} = 2000t_b$$

$\varphi = 0, \langle Nu \rangle = 32.4$



$\varphi = 2^0, \langle Nu \rangle = 32.8$



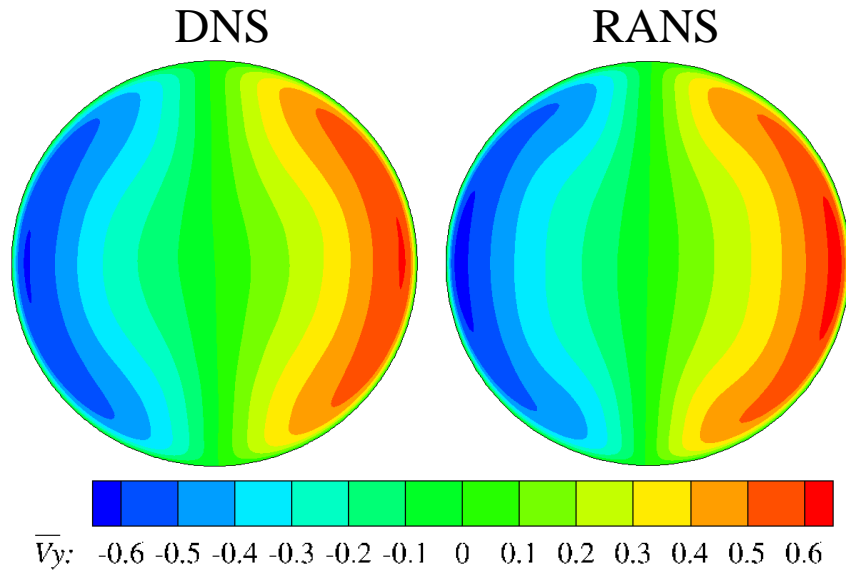
Сопоставление DNS- и RANS-результатов

Наклон емкости на $\varphi = 2^\circ$

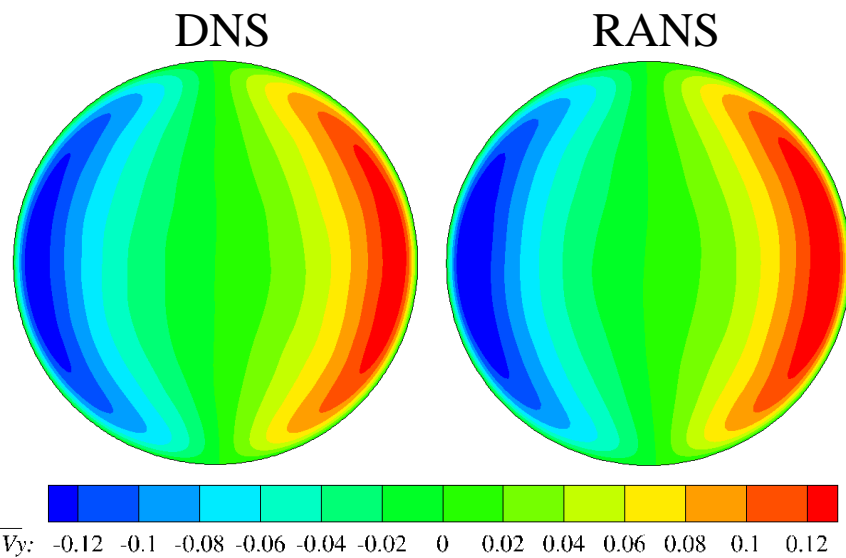
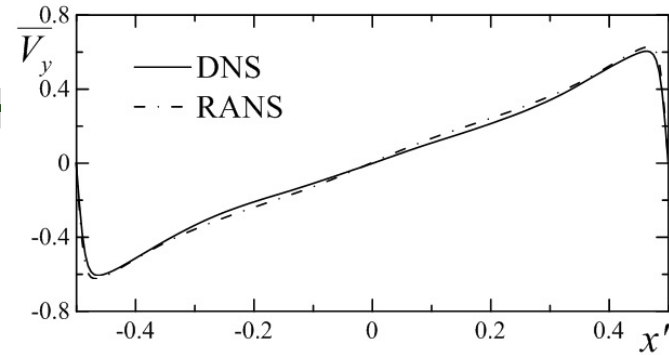
Размер сетки

15 млн. ячеек (DNS)

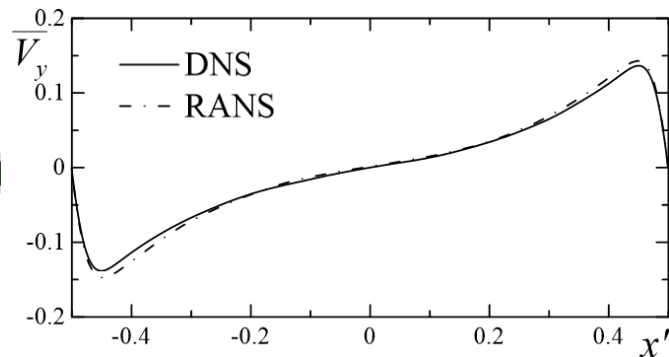
0.5 млн. ячеек (RANS k- ω SST)



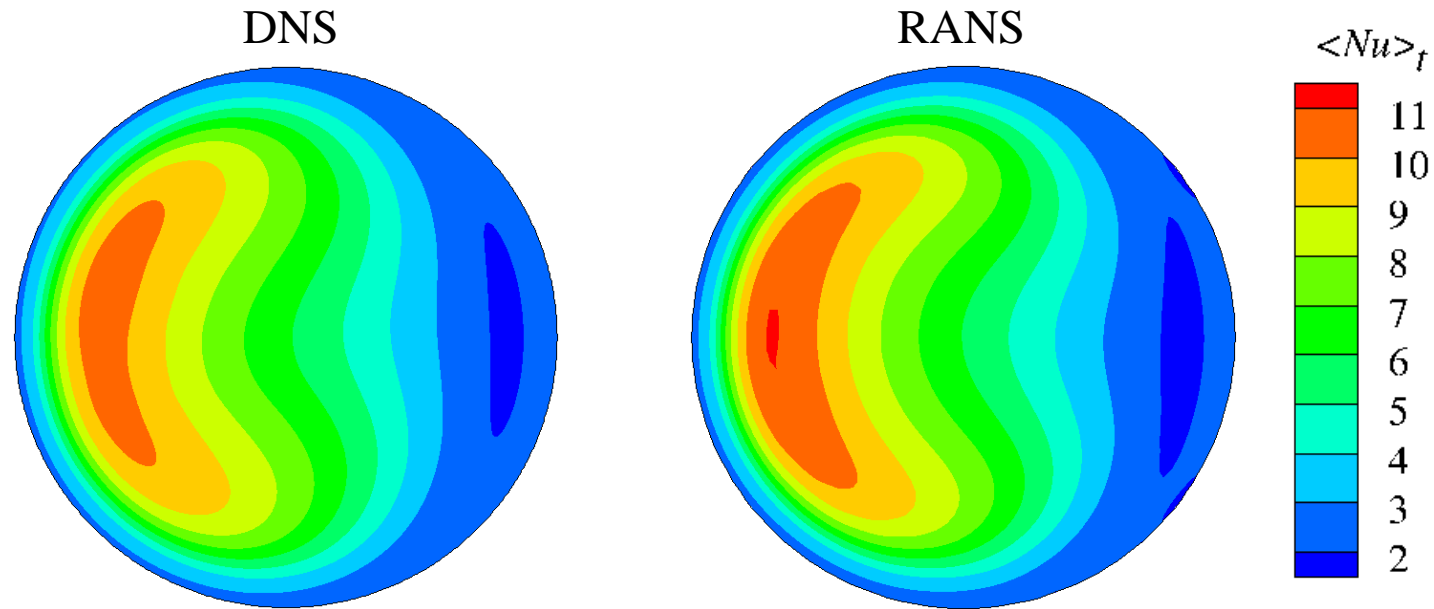
Pr = 0.025 (ртуть); Ra = 10^6



Pr = 6.4 (вода); Ra = 10^8



Распределения локального числа Нуссельта ($Pr = 0.025$; $Ra = 10^6$)



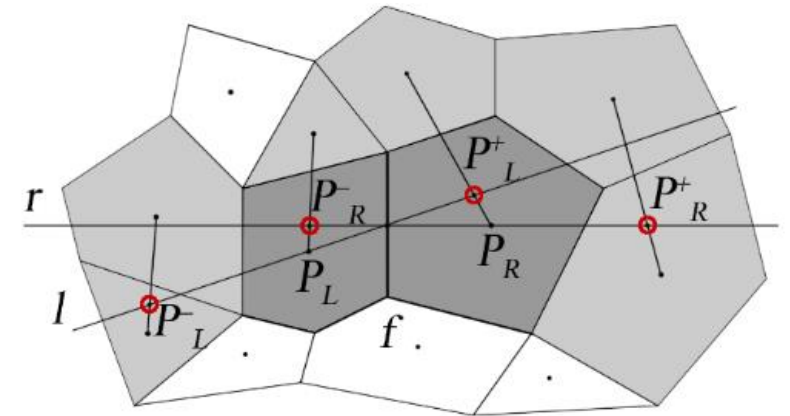
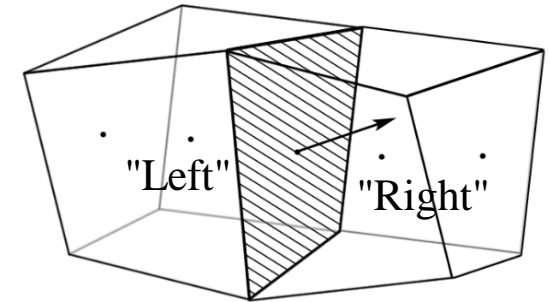
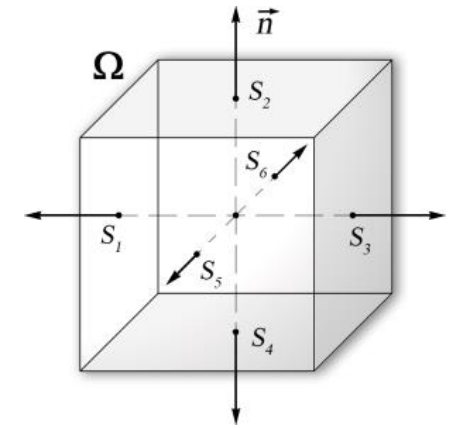
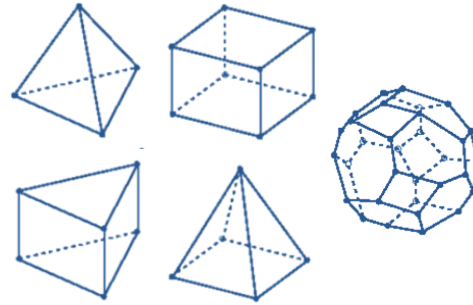
Сравнение интегральных значений числа Нуссельта

Варианты расчетов	Подход	$\langle Nu \rangle_{A, t}$	$\Delta, \%$
$Pr = 0.025$ $Ra = 10^6$	DNS	5.65	1.2
	RANS	5.72	
$Pr = 6.4$ $Ra = 10^8$	DNS	33.0	3.0
	RANS	34.0	

**Методы расчета дозвукового и
сверхзвукового течения вязкого газа
и некоторые примеры**

Код SINF/Flag-S: расчет течений сжимаемого газа

- Метод конечных объемов
- Неструктурированные сетки
- Неявная схема
- Схемы расчета конвективных потоков
 - ▣ **Godunov, ROE, HLL, HLLC, AUSM (AUSM+, AUSM+up, AUSMD, SLAU)**
- MUSCL подход
 - ▣ **TVD схемы второго порядка точности**
 - ▣ **обобщение на неструктурированные сетки**
- Способы подавления карбункул-неустойчивости
 - ▣ **искусственная вязкость**
 - ▣ **гибридные схемы**
- Распараллеливание с использованием MPI



Расчет течений с низкими числами Маха на основе уравнений динамики сжимаемого газа

«Акустическая жесткость» системы уравнений динамики сжимаемого газа при существенно дозвуковых скоростях потока

$$\tau_{\text{конв}} \gg \tau_{\text{акуст}}$$

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial n} = 0$$

$$KS \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + KAS \frac{\partial \vec{q}}{\partial n} = 0$$

Регуляризация системы уравнений динамики сжимаемого газа Turkel

$$\tau_{\text{конв}} = L_0 / U_0 \quad \text{время конвективного переноса}$$

$$\tau_{\text{акуст}} = L_0 / (U_0 + a_0) \quad \text{время распространения акустических возмущений}$$

$$(KS) = \begin{bmatrix} \rho_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & C_p \end{bmatrix} \rightarrow \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = \frac{\gamma}{a^2} \rightarrow 0 \text{ при } a \rightarrow \infty$$

Уравнение неразрывности становится не эволюционным по времени (!)

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = \frac{\gamma}{a^2} \rightarrow \left(\frac{1}{\beta} - \frac{\rho_T}{\rho C_p} \right) \quad \beta = \min \{ U_0^2, a^2 \}$$

Изменение собственных чисел:

$$\lambda_1 = V'_n + a', \quad \lambda_2 = V'_n - a' \quad a' = \sqrt{\alpha^2 V_n^2 + \beta} \quad \alpha = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta}{a^2} \right)$$

$$\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = V_n \quad V'_n = V_n (1 - \alpha)$$

□ Метод Вейса и Смита – регуляризация Turkel для схемы Poу

Расчет потоков на грани:

$$\vec{F}_f = \frac{1}{2}(\vec{F}_L + \vec{F}_R)_f - \vec{D} \quad \vec{D} = \frac{1}{2}|\tilde{A}_E|(\vec{w}_R - \vec{w}_L)_f = \frac{1}{2}[(A_E^+)_f - (A_E^-)_f](\vec{w}_R - \vec{w}_L)_f$$

$$(A_E)_f(\vec{w}_R - \vec{w}_L)_f \approx (A_q \cdot S)_f(\vec{q}_R - \vec{q}_L)_f = (\Gamma \cdot \Gamma^{-1} \cdot A_q \cdot S)_f(\vec{q}_R - \vec{q}_L)_f = \Gamma_f(A_\Gamma)_f(\vec{q}_R - \vec{q}_L)_f$$

$$\vec{D} = \frac{1}{2}\Gamma_f[(A_\Gamma^+)_f - (A_\Gamma^-)_f](\vec{q}_R - \vec{q}_L)_f$$

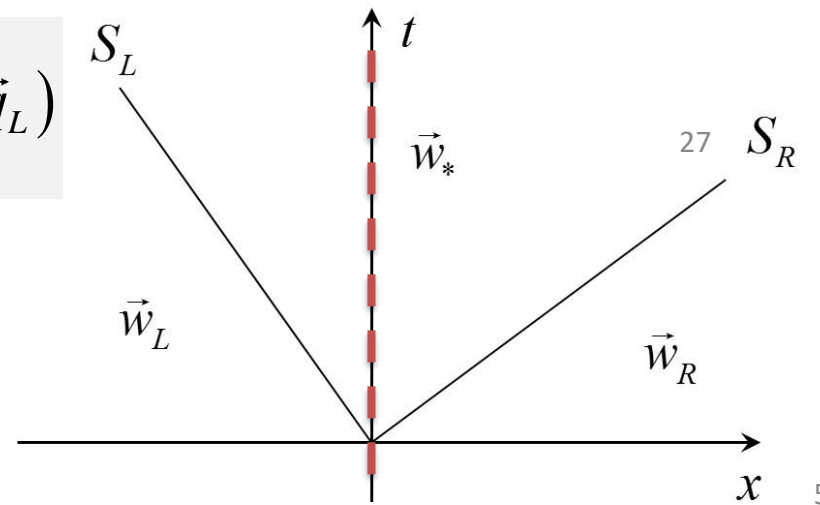
□ Регуляризация Turkel для схем HLL, HLLC

$$\lambda_1 = V'_n + a', \lambda_2 = V'_n - a' \quad \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = V_n \quad a' = \sqrt{\alpha^2 V_n^2 + \beta} \quad V'_n = V_n(1 - \alpha) \quad \alpha = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\beta}{a^2}\right) \quad \beta = \min\{U_0^2, a^2\}$$

$$S_L = \min(V'_{L,n} - a'_L, \tilde{V}'_n - \tilde{a}')$$

$$S_R = \min(V'_{R,n} + a'_R, \tilde{V}'_n + \tilde{a}')$$

$$\vec{F}_* = \frac{S_R \vec{F}_L - S_L \vec{F}_R}{S_R - S_L} + \frac{S_L S_R}{S_R - S_L} \left(\frac{\partial \vec{w}}{\partial \vec{q}} \right)_{reg} (\vec{q}_R - \vec{q}_L)$$



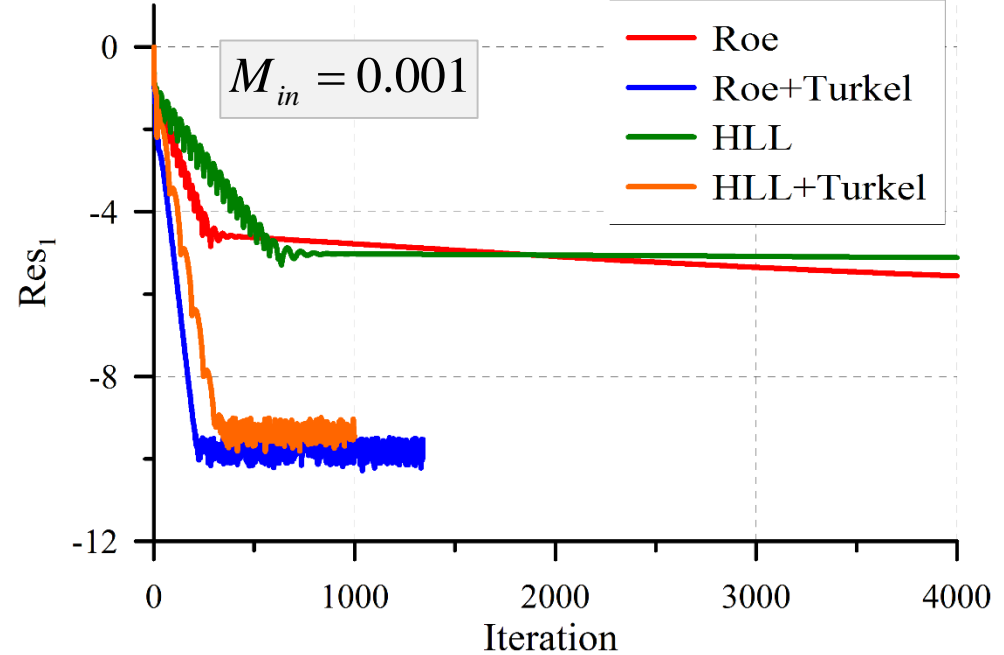
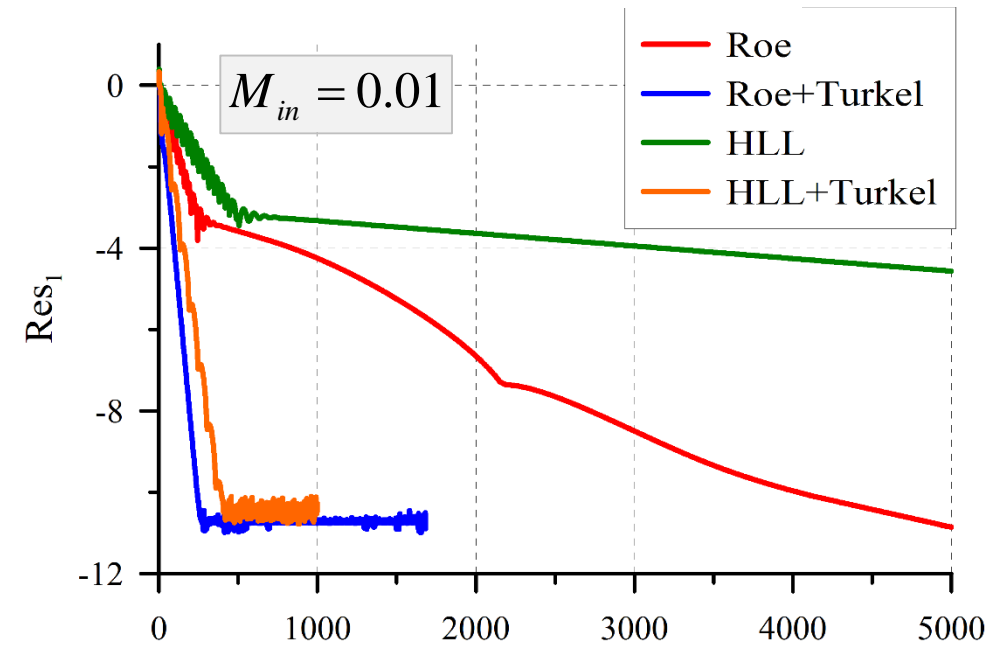
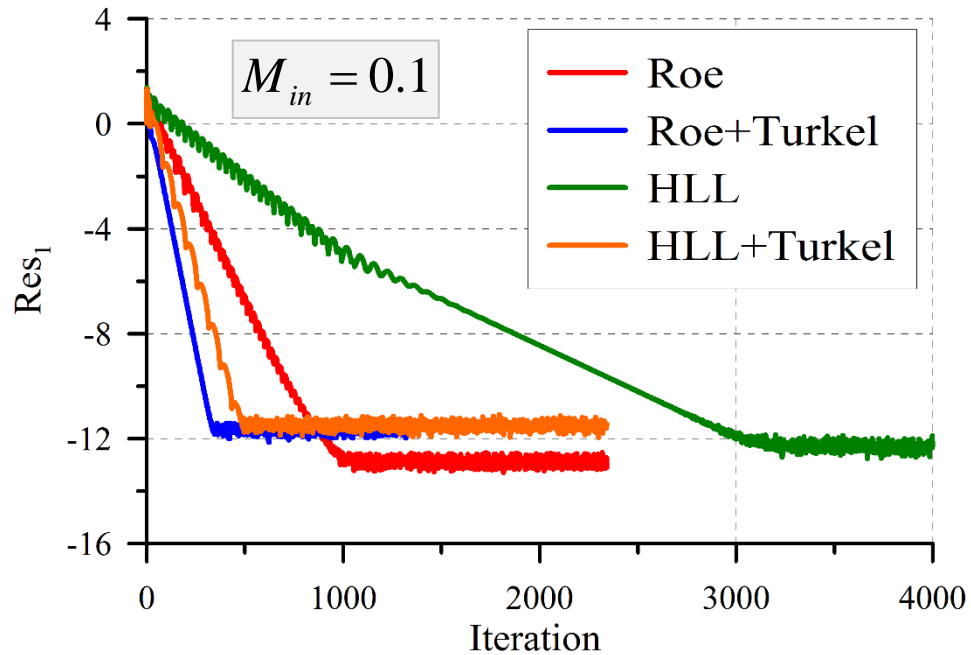
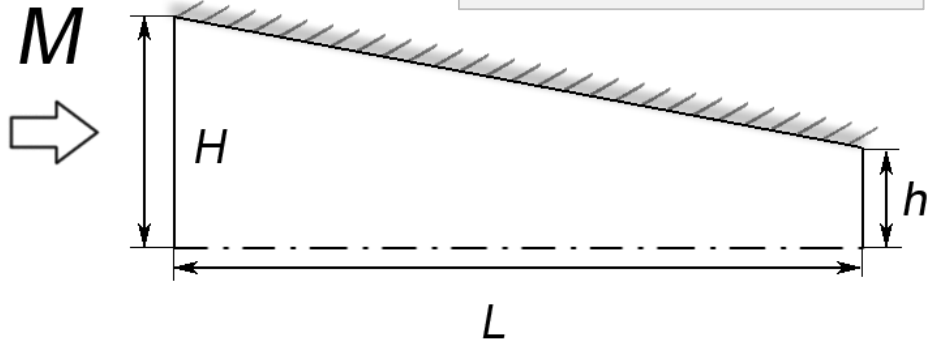
□ Для схемы HLLC регуляризация проводится аналогично

Weiss J. M., Smith W. A. Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows // AIAA Journal. 1995. N. 33 P. 2050-2057

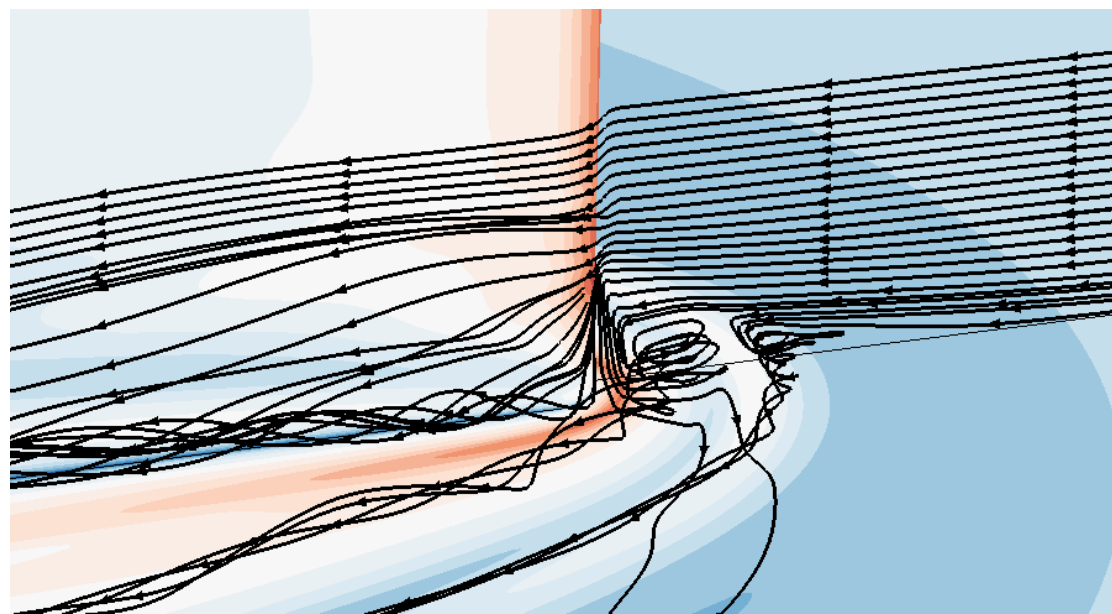
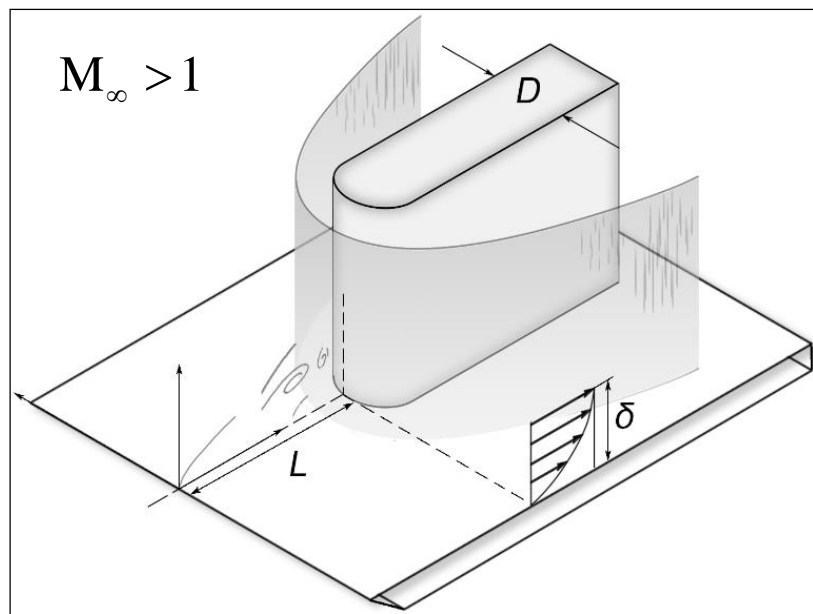
Эффективность работы схем с регуляризацией

Невязкое течение газа в канале

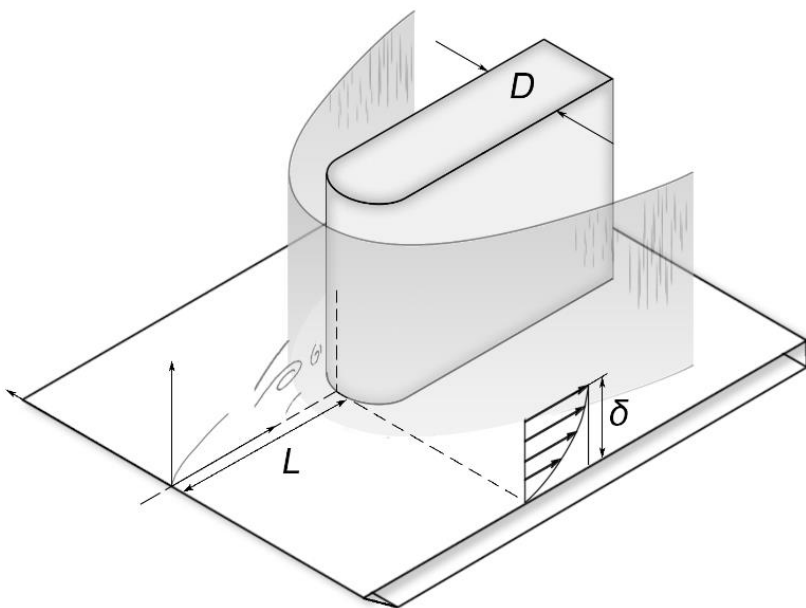
$$H = 0.3, h = 0.1, L = 5$$



Сверхзвуковое течения вязкого газа в области примыкания цилиндрического тела к пластине



Актуальность



Предыдущие исследования:

- ламинарный режим течения
- влияние параметров задачи на структуру потока и теплообмен
- параметры сетки, влияние численных схем

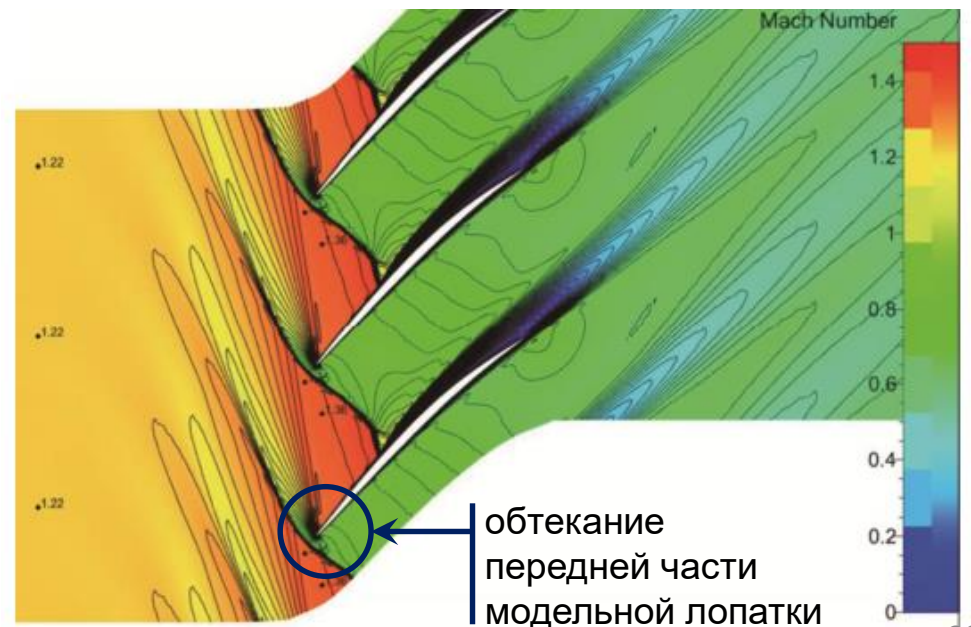
1. Колесник Е.В., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Численное решение задачи обтекания цилиндрического тела, установленного на пластине, сверхзвуковым потоком вязкого газа при $M = 2,95$ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2., С 7-22

2. E V Kolesnik and A A Smirnovsky Numerical study of the vortex structure influence on heat transfer in the supersonic flow past a plate and a blunt fin junction // Journal of Physics: Conf. Series (2019)

3. Колесник Е.В., Смирнов Е.М. Численное исследование вихревых структур и теплообмена при сверхзвуковом обтекании области сопряжения затупленного тела и пластины // Журнал технической физики, 2020. – №2.

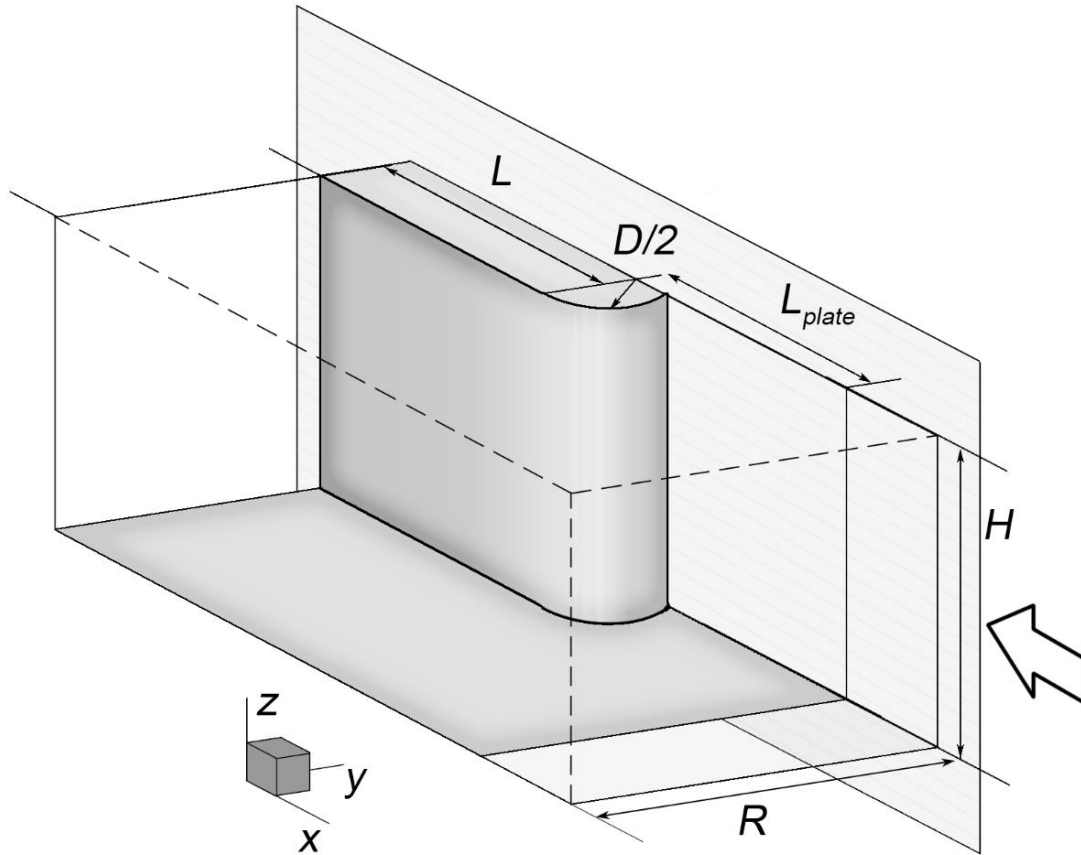
Задачи турбомашиностроения

Решетка осевого компрессора со сверхзвуковым входом



Постановка задачи

Расчетная область



Определяющие параметры

$$Re_D = \frac{\rho_\infty V_\infty D}{\mu_\infty}$$

$$M_\infty > 1$$

Толщина набегающего пограничного слоя

$$D/\delta$$

или

$$L_{plate}/D$$

Температурный фактор

$$T_w/T_\infty$$

Свойства среды (воздух)

$$Pr = 0.7$$

$$\gamma = c_p/c_v = 1.4$$

Параметры турбулентности

$$Tu \quad v_t/\nu$$

Результаты расчетов

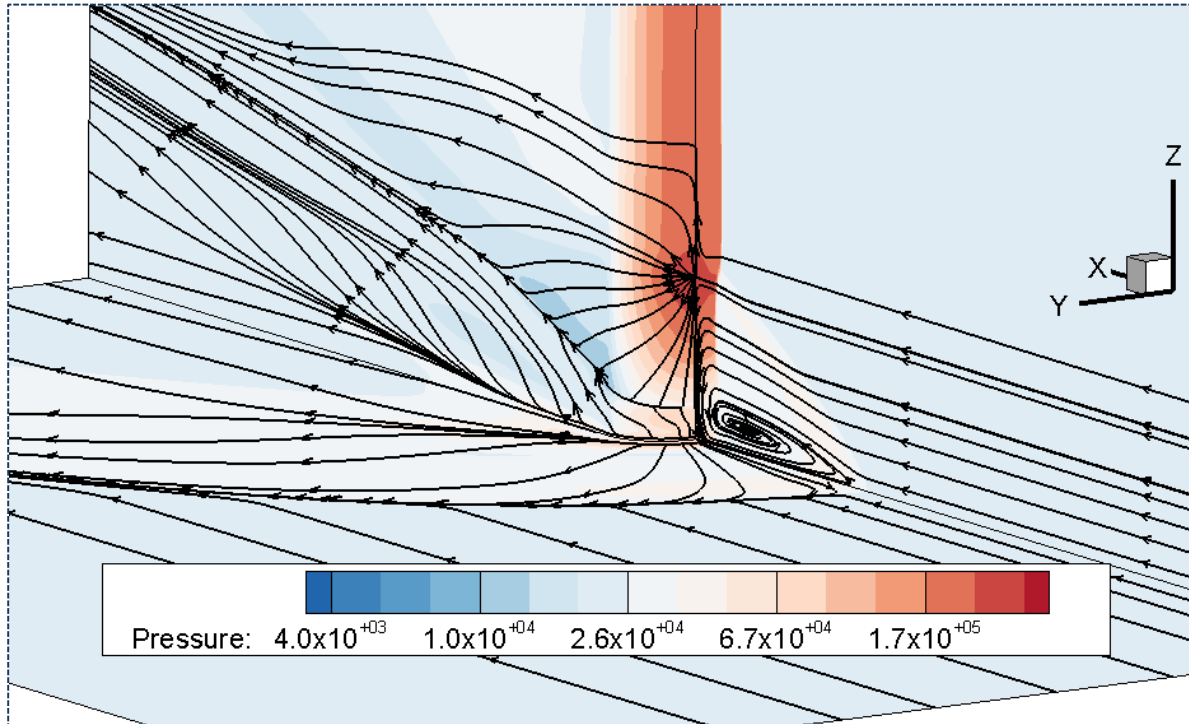
Параметры эксперимента [1]:

$$M=2.95$$

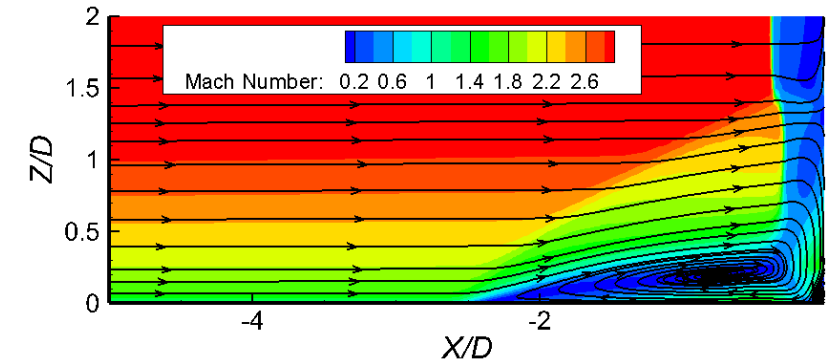
$$Re_D = 8 \cdot 10^5$$

$$D/\delta = 1$$

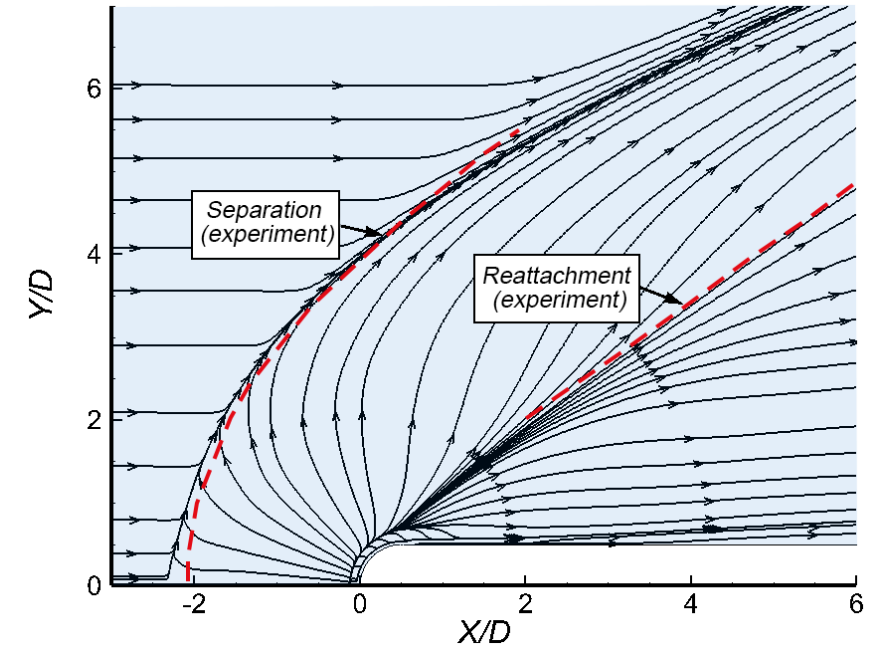
Расчеты проводились на последовательности сеток:
0.3 млн, 1.3 млн, 7.6 млн, 21 млн



Течение в плоскости симметрии:



Сопоставление с экспериментом [1]:

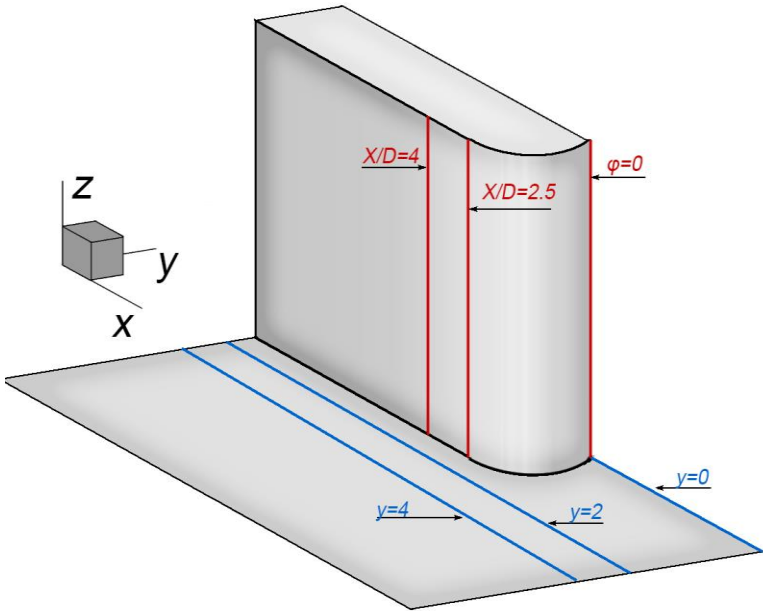


[1] Dolling D. S., Bogdonoff S. M. Blunt Fin-Induced Shock Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction // AIAA J. 20. 1674. 1982.

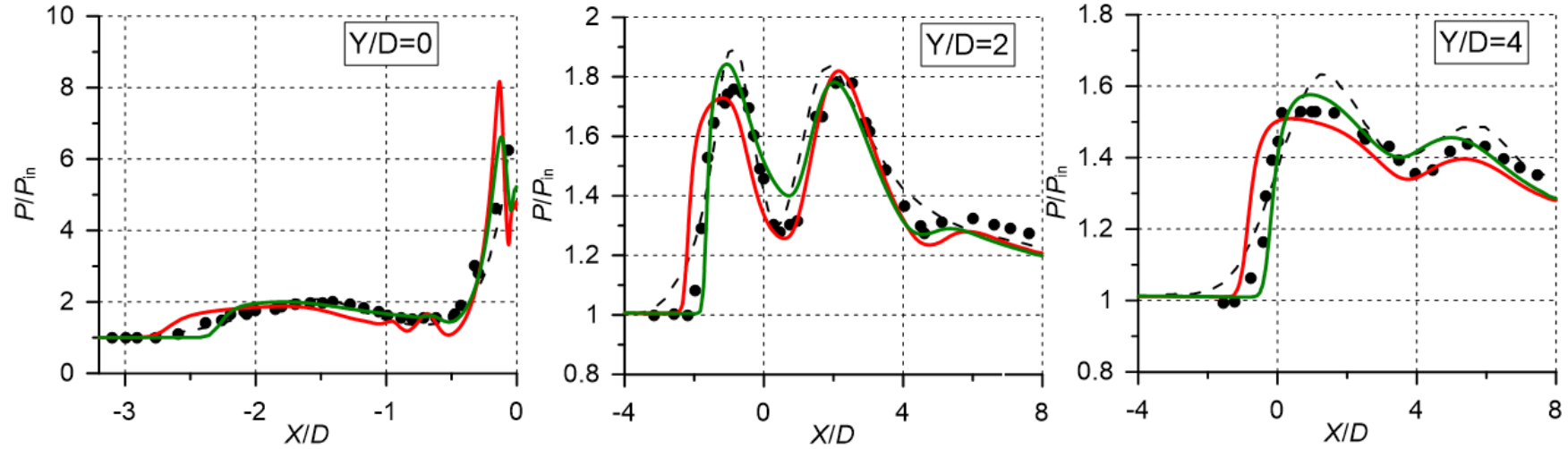
[2] Hung C.-M., Buning P. G. Simulation of blunt-fin-induced shock-wave and turbulent boundary-layer interaction // J. Fluid Mech. 1985. Vol. 154.

Влияние модели турбулентности

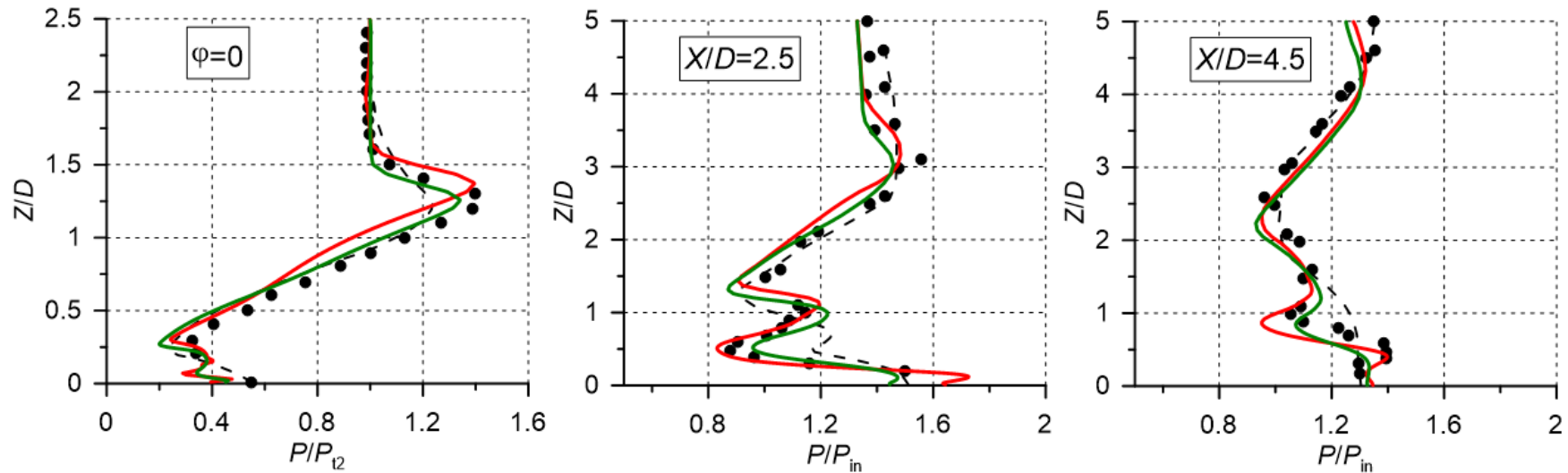
Распределение давления вдоль линий:



- SST
- Spalart-Allmaras



●●● Experiment [1] - - - Buning, Hung [2] — SST — SA

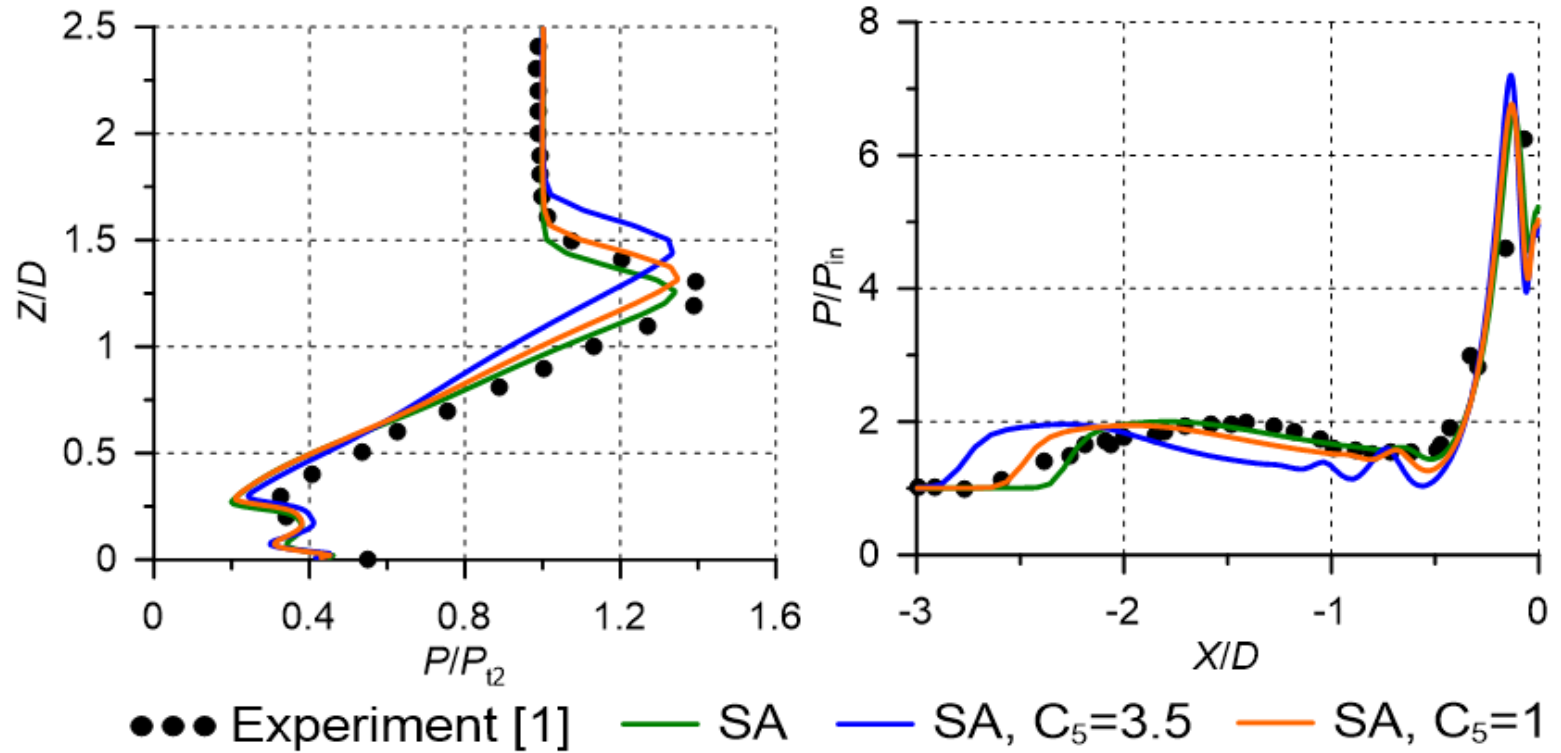


●●● Experiment [1] - - - Buning, Hung [2] — SST — SA

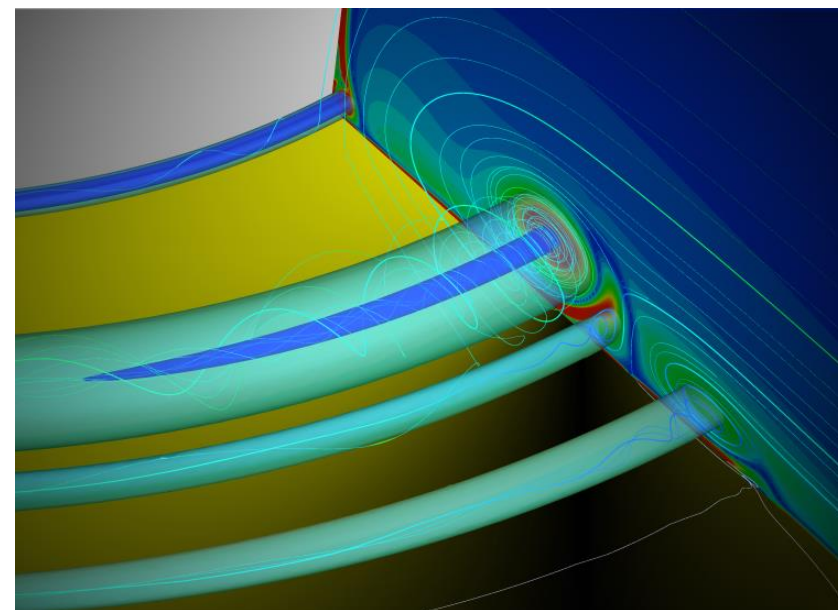
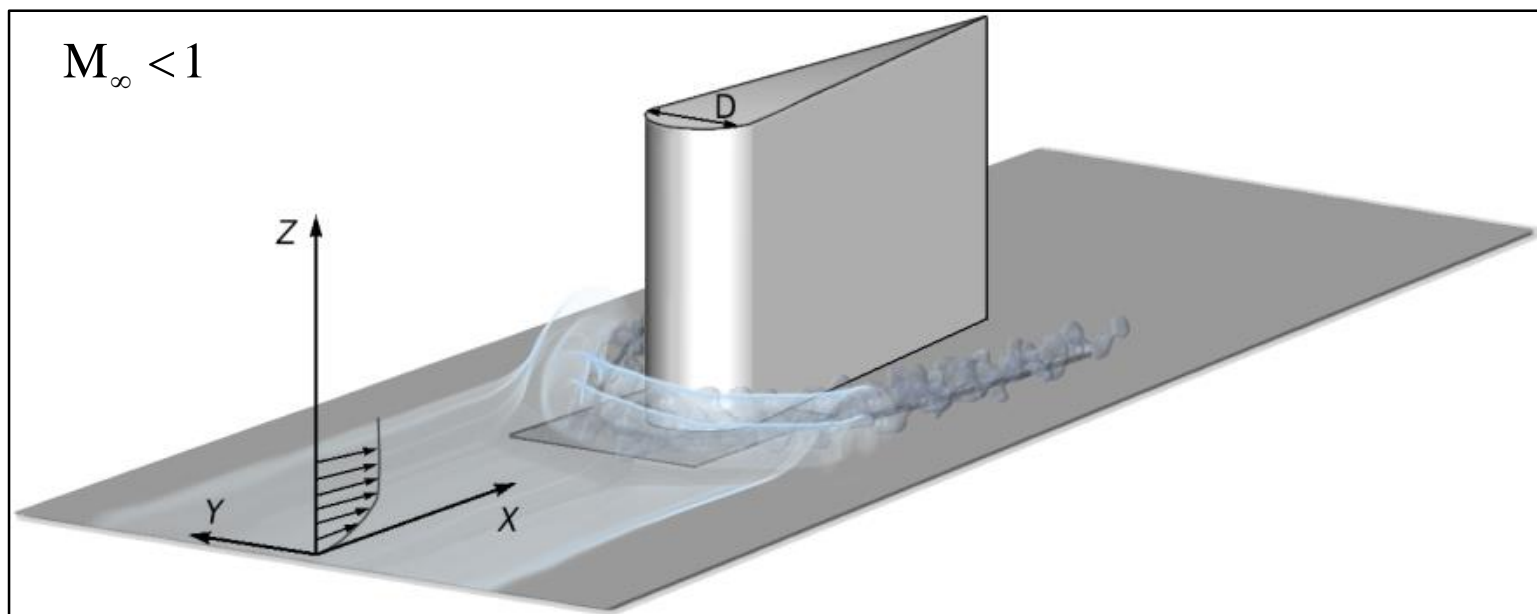
Влияние поправки на сжимаемость

- Spalart-Allmaras
- Spalart-Allmaras + compressibility correction

$$D_{cc} = -C_5 \frac{v_t^2 S^2}{a^2} \quad C_5 = 3.5$$



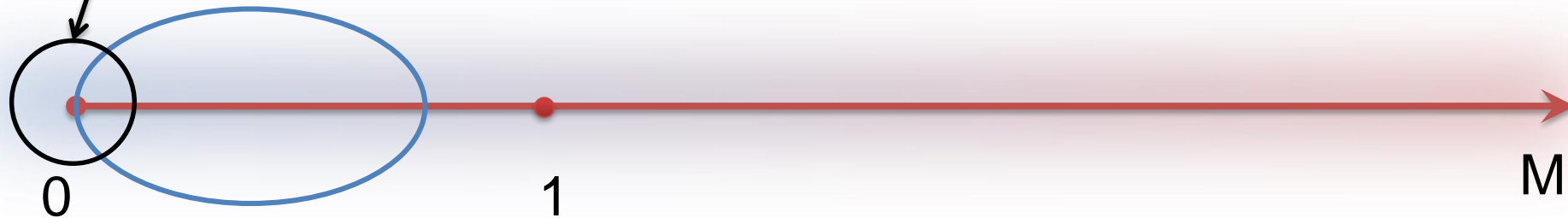
Дозвуковое течения вязкого газа в области примыкания цилиндрического тела к пластине



Дозвуковое течение вязкого газа

- Реализация численного метода, который позволяет проводить расчеты сжимаемых течений при сколь угодно низких числах Маха
- Численное моделирование дозвукового обтекания установленного на пластине затупленного тела (на основе модели несжимаемой жидкости и на основе модели сжимаемого газа)
- Оценка влияния числа Маха на структуру дозвукового турбулентного течения и локальный теплообмен в области, занятой системой подковообразных вихрей

Кросс-верификация подходов для расчета несжимаемой жидкости (по SIMPLE-подобному алгоритму) и сжимаемого газа при $M \rightarrow 0$ (по «универсальному» солверу)

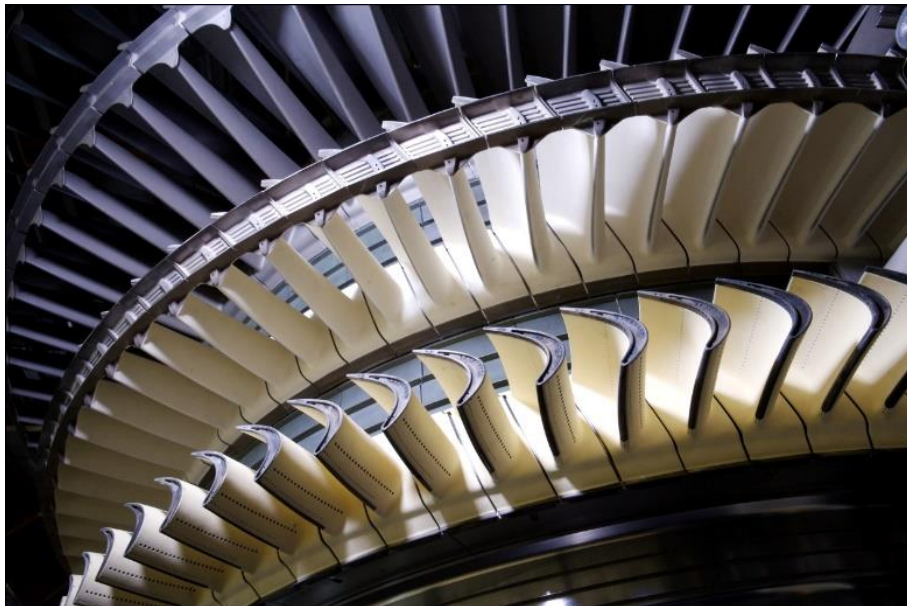
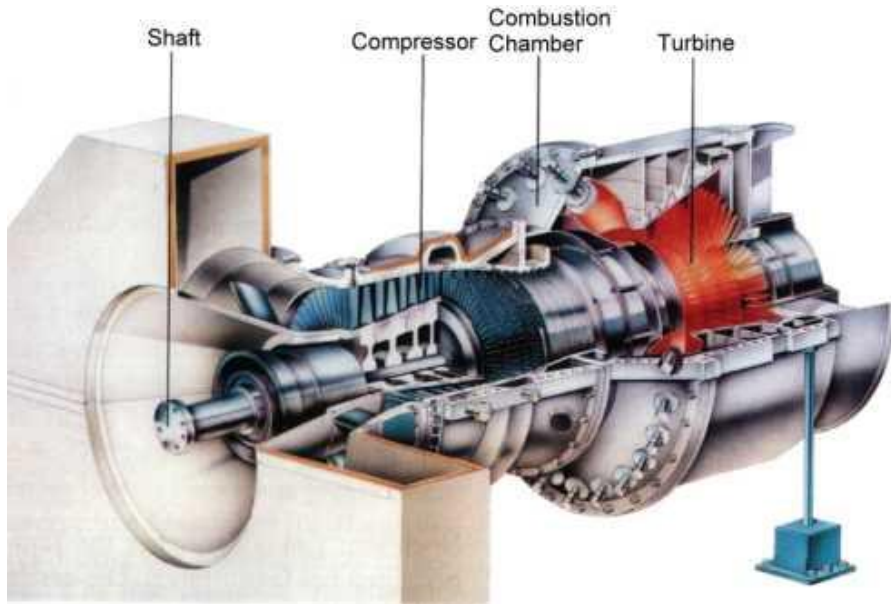


Несжимаемая
жидкость

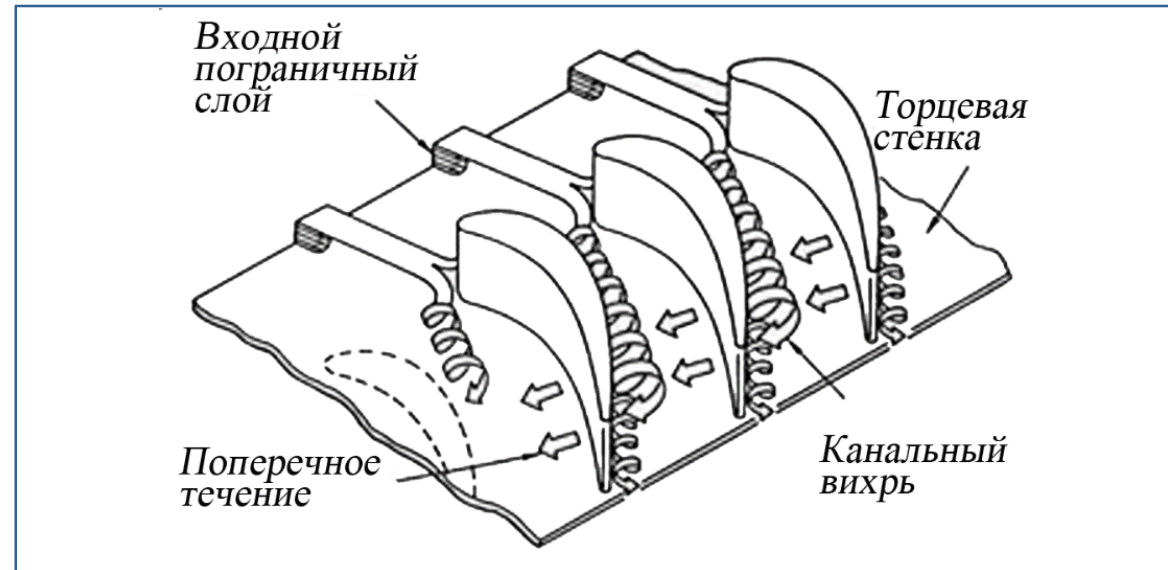
Дозвуковое
течение газа

Сверхзвуковое течение газа

Газовые турбины



Пространственный турбулентный поток в межлопаточных каналах осевых турбомашин имеет множество особенностей, связанных с формирующимися при обтекании лопатки вторичными течениями.

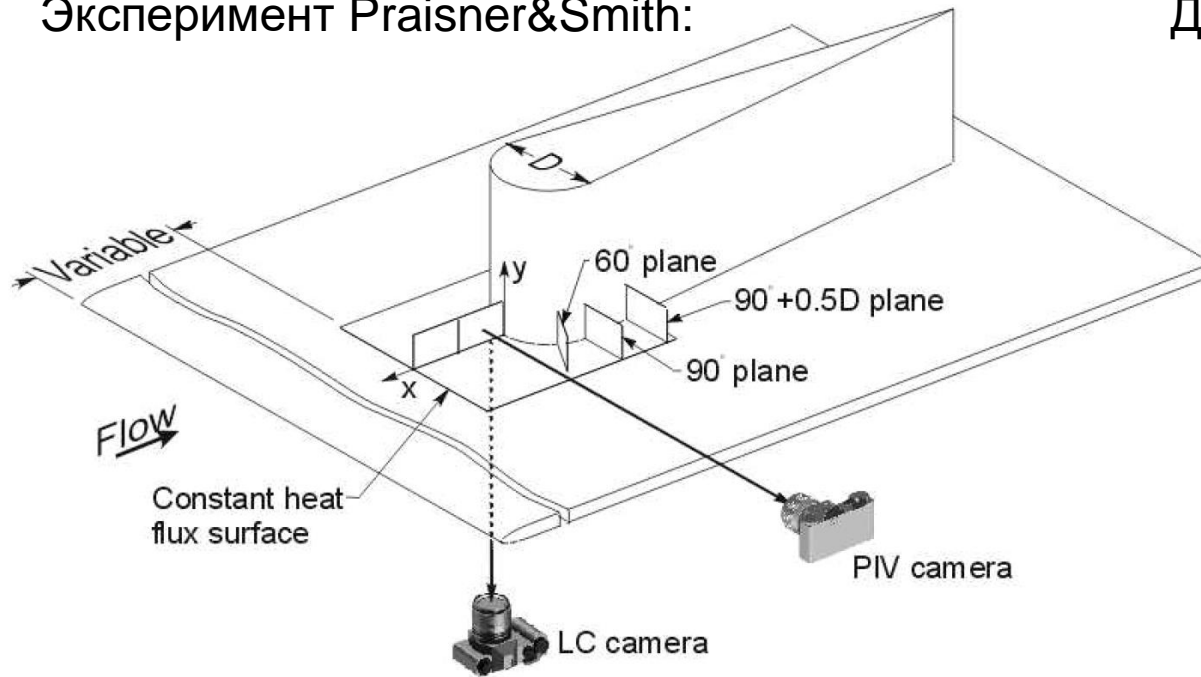


Формирование подковообразных вихрей, возникающих при обтекании лопатки, приводит к:

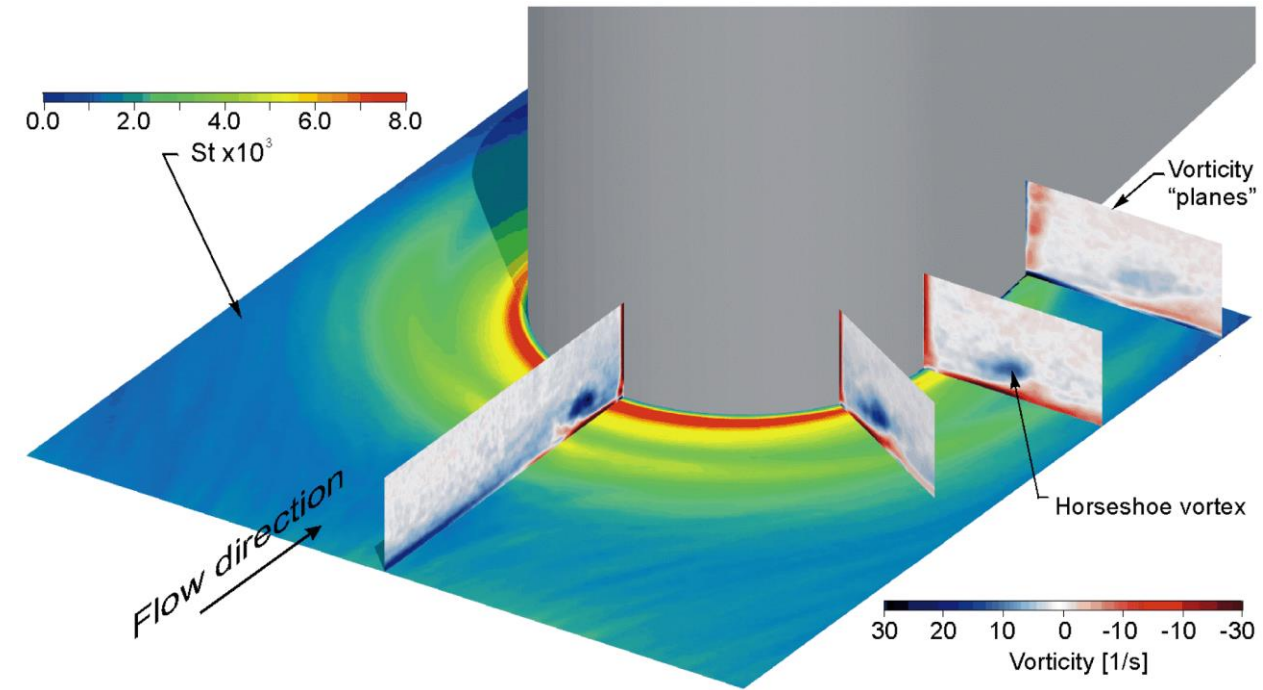
- ❑ дополнительным потерям полного давления;
- ❑ значительному увеличению локального теплового потока (в несколько раз по сравнению с невозмущенным пограничным слоем).

Эксперимент Praisner&Smith: исследования структуры потока и теплообмена вблизи установленного на пластине затупленного тела

Эксперимент Praisner&Smith:



Детальные экспериментальные данные о структуре потока



- нестационарный процесс изменения структуры подковообразных вихрей и связанной с ними торцевой теплоотдачи
- осредненная картина течения и торцевого теплообмена в области сочленения цилиндра и гладкой пластины

- ▣ модельная конфигурация лопатки
- ▣ рабочее тело – **вода (!)**

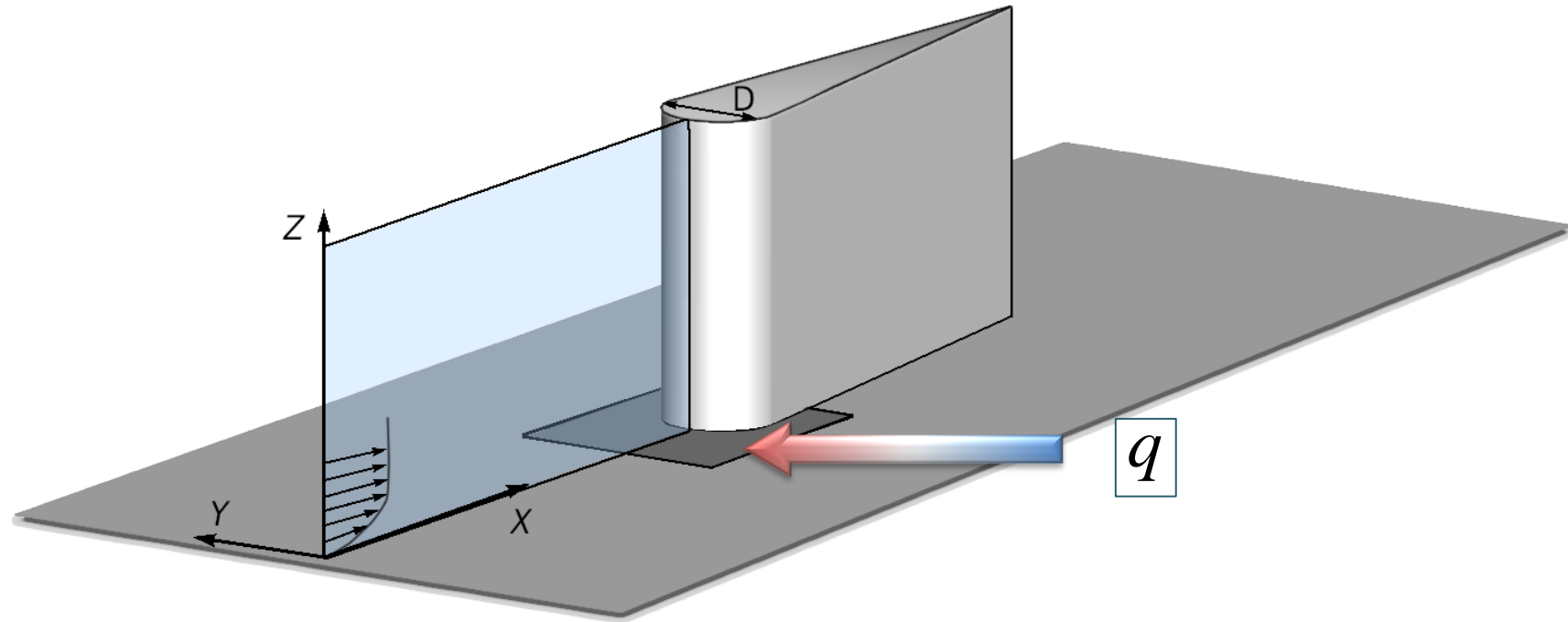
Постановка задачи

Параметры тестового эксперимента Praisner&Smith

$$\text{Re}_D = \frac{V_\infty D}{\mu_\infty / \rho_\infty} = 24400$$

$$\delta/D = 0.35$$

$$\text{Pr} = 6.3 \quad (\text{вода})$$



Вычислительная модель

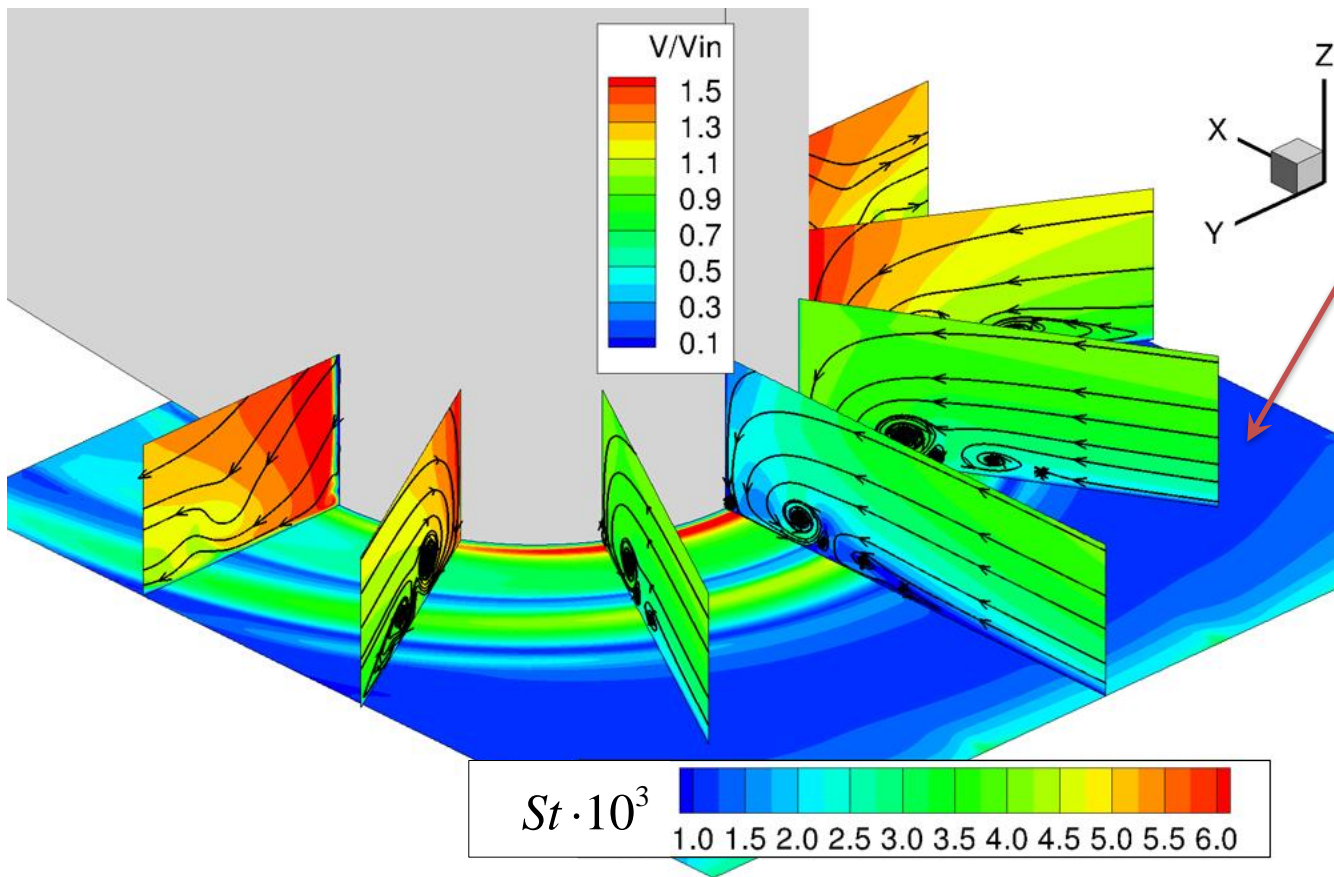
1. Несжимаемая среда (вода): $\text{Pr} = 6.3$

2. Сжимаемый газ: $\text{Pr} = 0.7$ $M_\infty = 0.01 \div 0.5$

RANS подход: SST модель Ментера
 $\text{Pr}_t = 0.9$

Структура потока

$Pr = 6.3$ (несжимаемая среда)



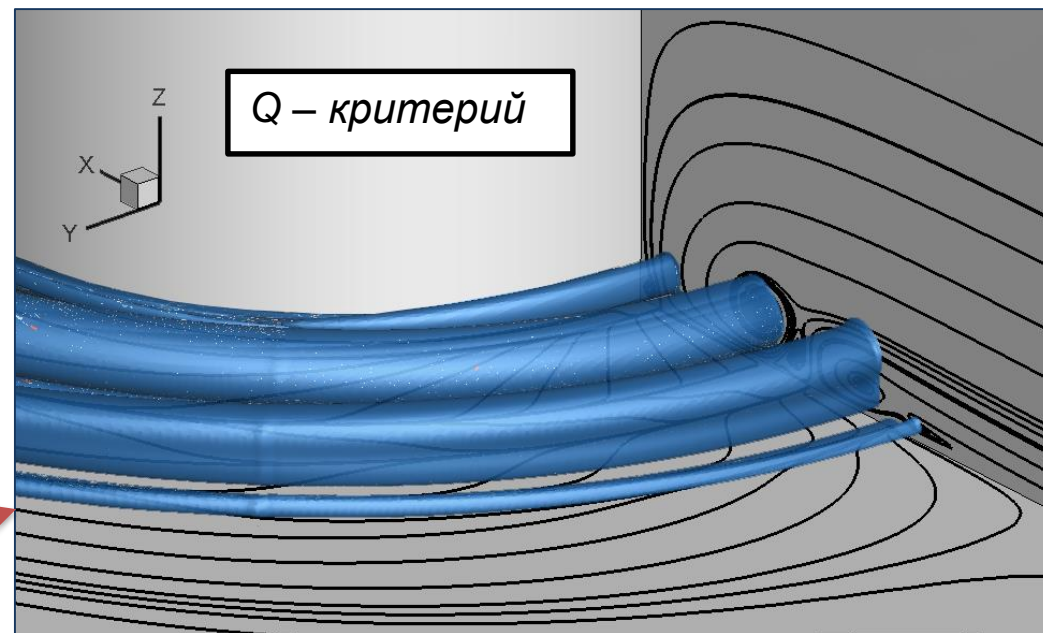
Распределение числа Стэнтона на пластине

$$St = q_w / (\rho V C_p \Delta T)$$

$$\Delta T = T_{in} - T_w$$

Визуализация вихревых структур

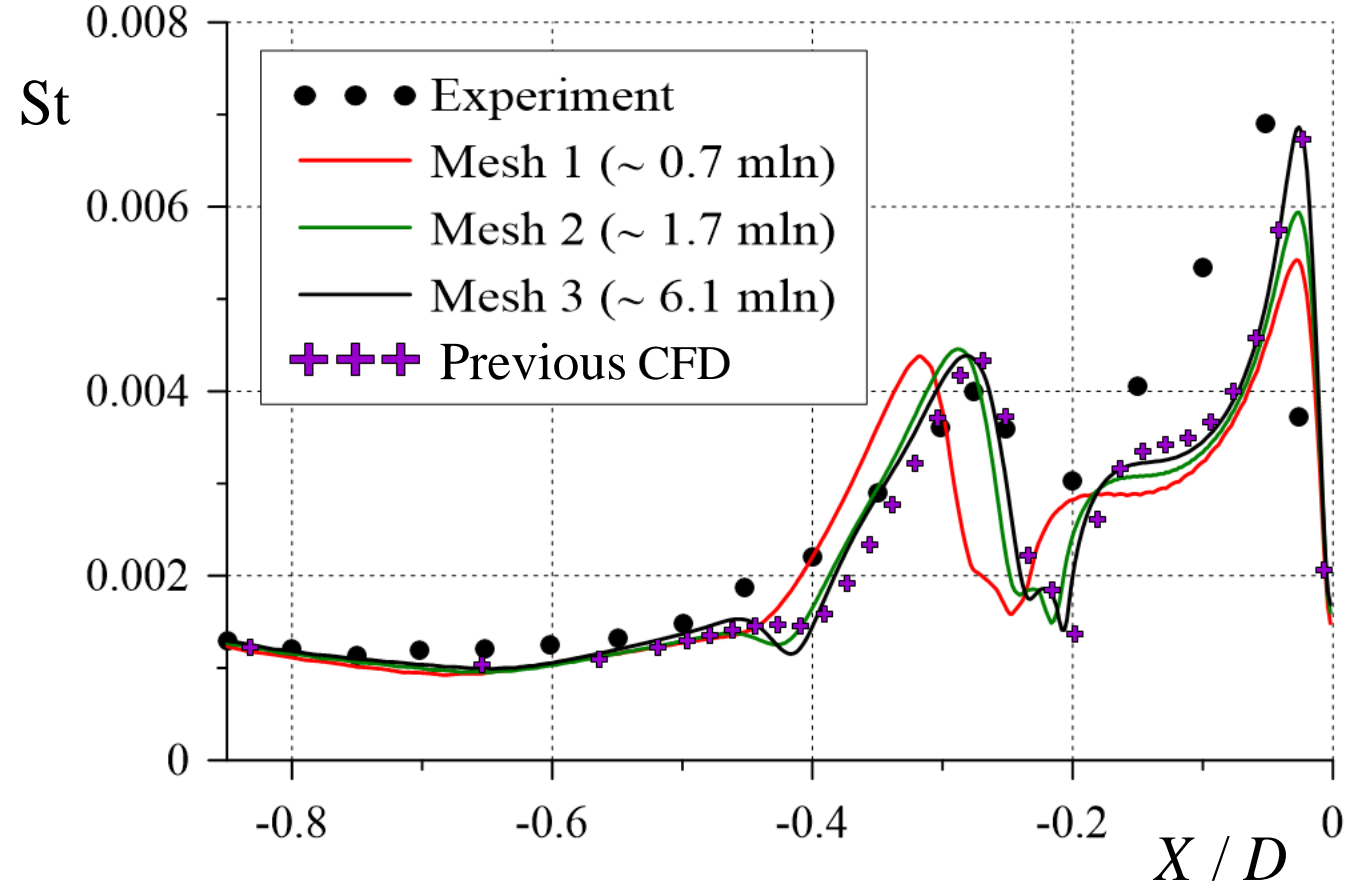
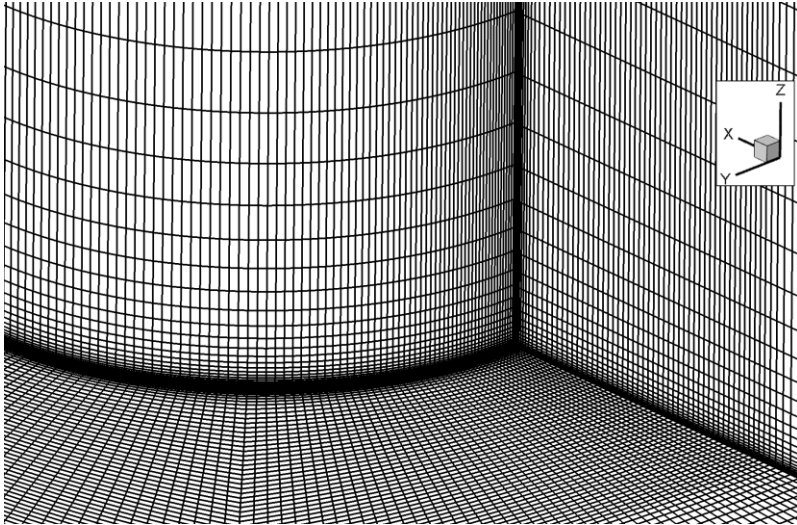
$$Q = 0.5 \cdot (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2)$$



Сеточная сходимость

Характеристики расчетных сеток

	N_{cells}	D/Δ^*
Mesh 1	0.7 mln	100
Mesh 2	1.7 mln	200
Mesh 3	6.1 mln	400



Δ^* – средний размер ячейки в области основного подковообразного вихря

Влияние типа граничного условия

Несжимаемая жидкость

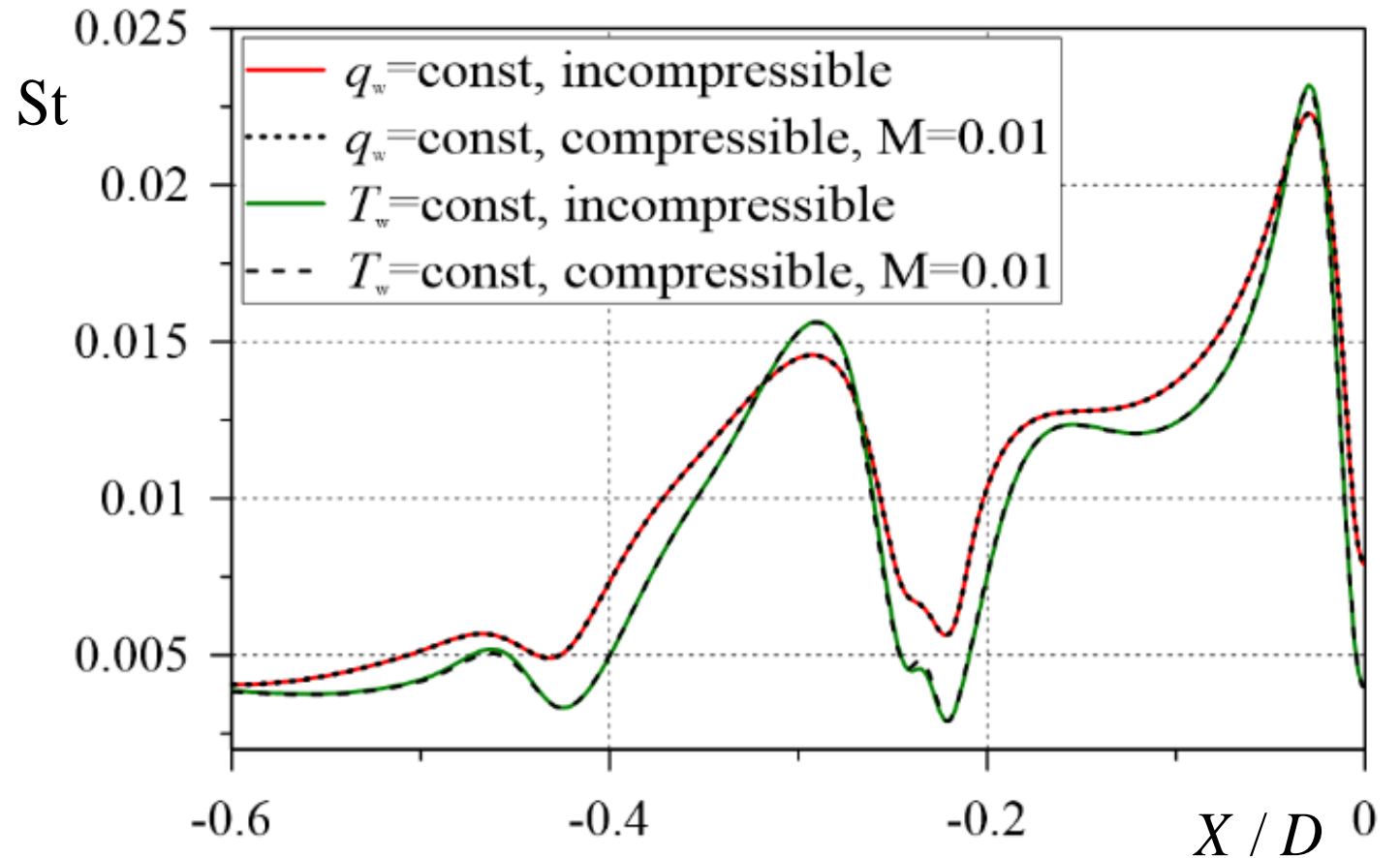
постоянный тепловой поток

Сжимаемый газ

постоянная температура

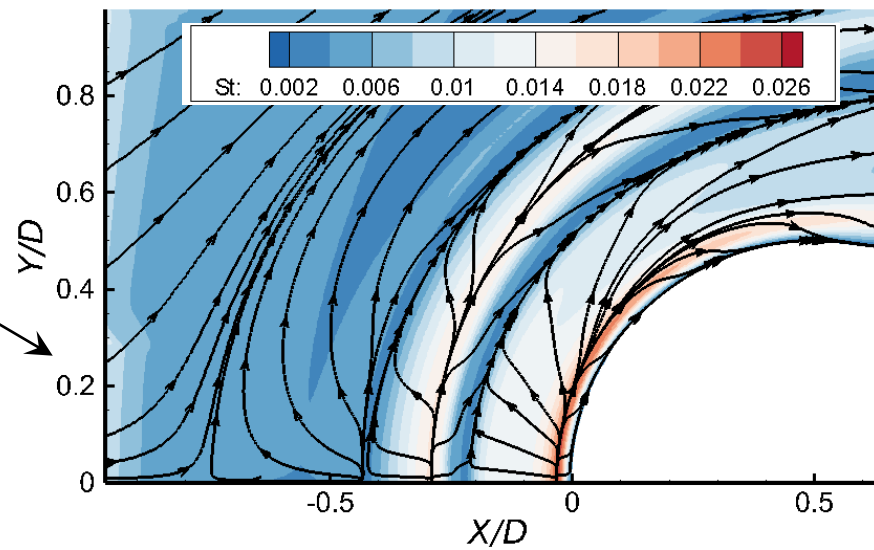
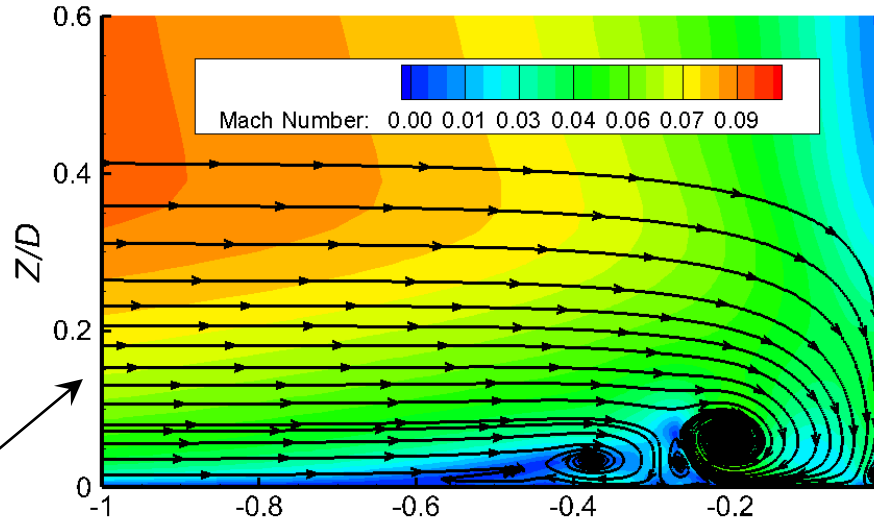
Вязкая диссипация

Изменение свойств среды при изменении температуры

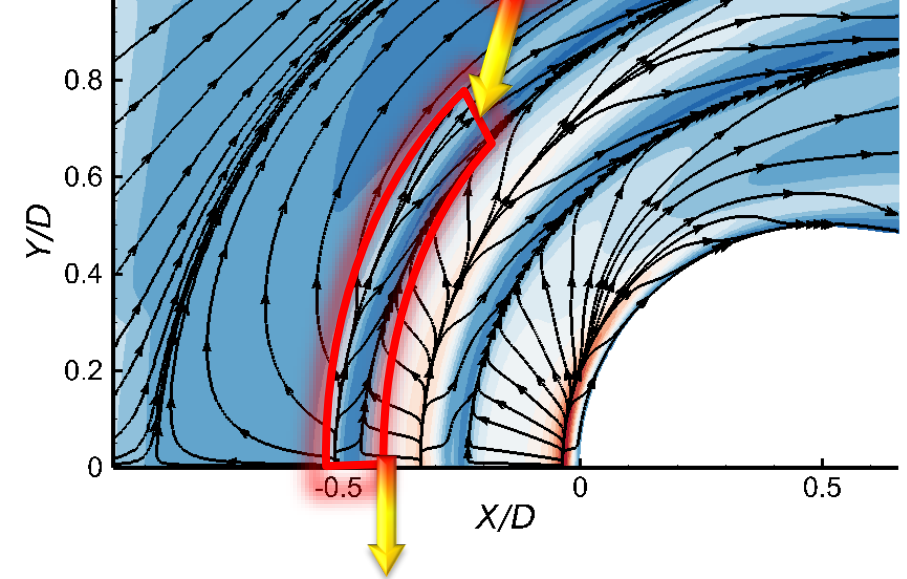
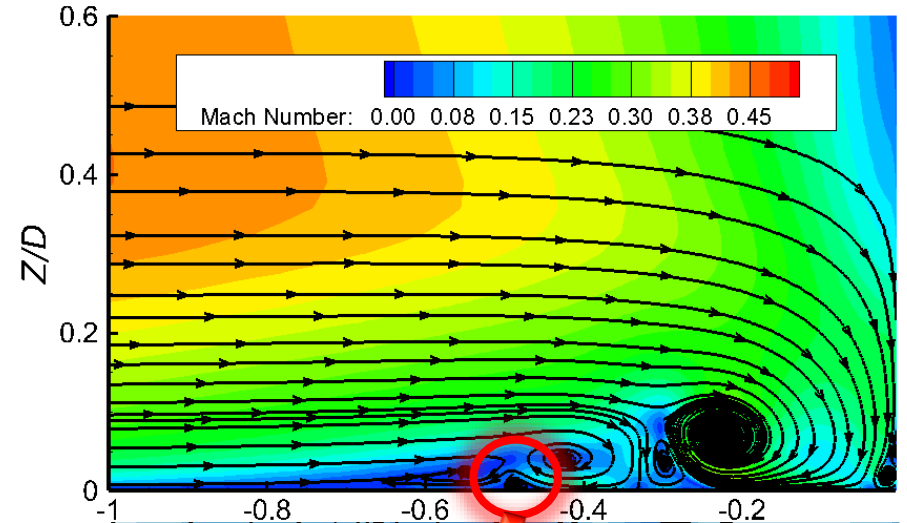


Влияние сжимаемости на вихревые структуры

$M_\infty = 0.1$



$M_\infty = 0.5$



Образование дополнительного вихря

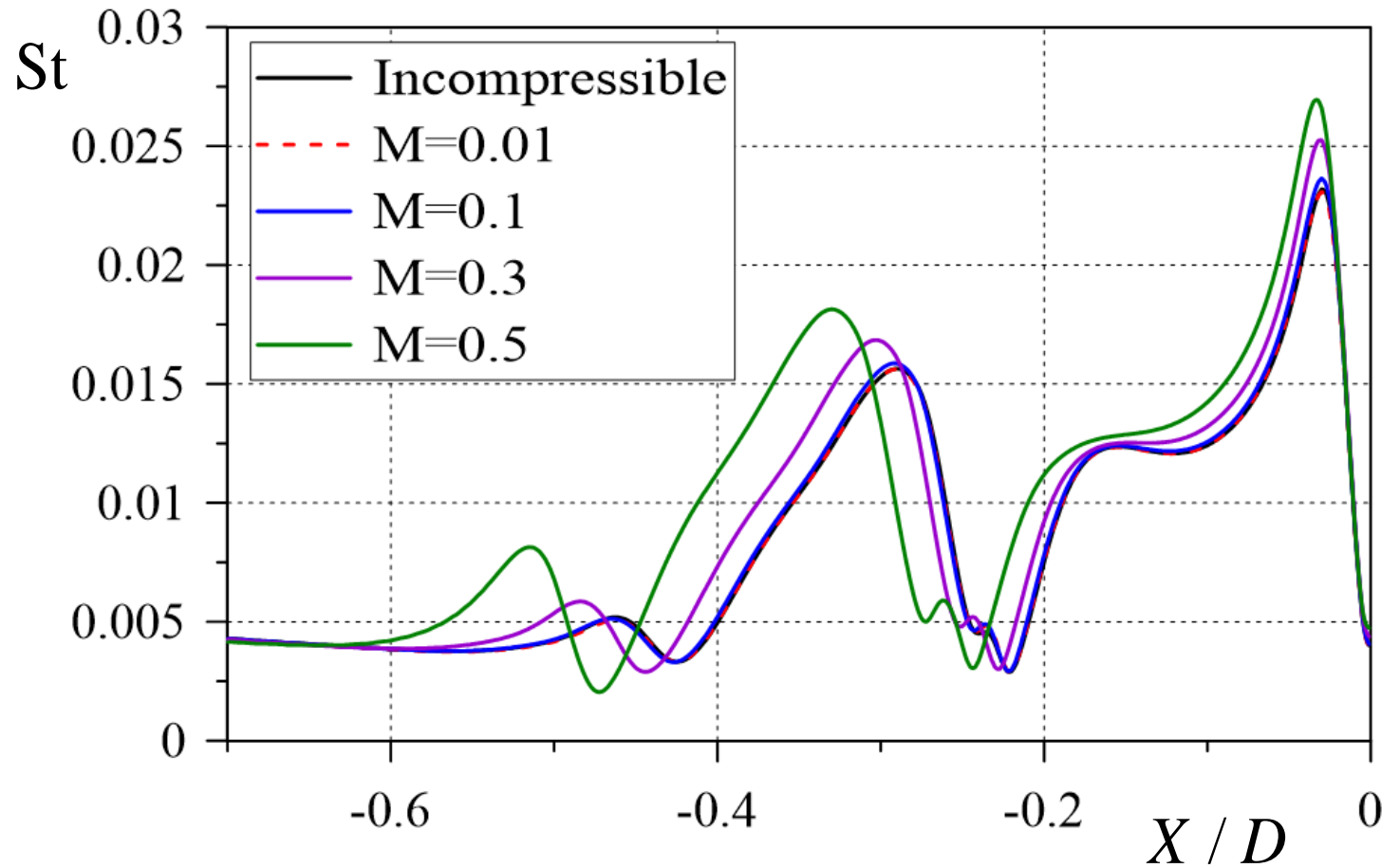
Влияние сжимаемости на теплообмен вдоль центральной линии

$$St = \frac{q_w}{\rho V C_p (T_{aw} - T_w)}$$

$$T_{aw} = T_\infty \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

$$r = \sqrt[3]{Pr}$$

коэффициент
восстановления



Дальнейшее увеличение числа Маха



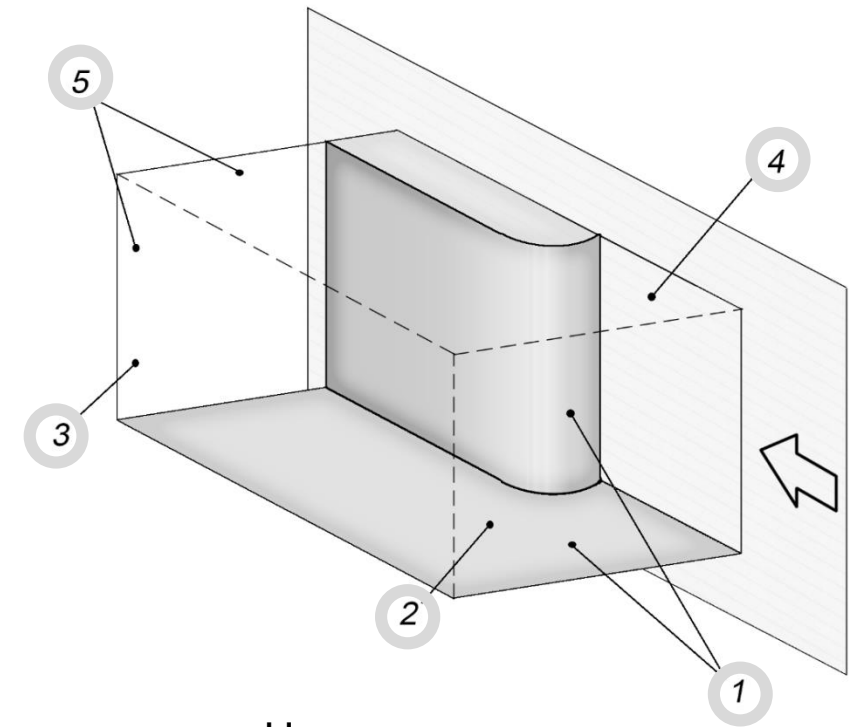
нестационарные режимы течения

Граничные условия

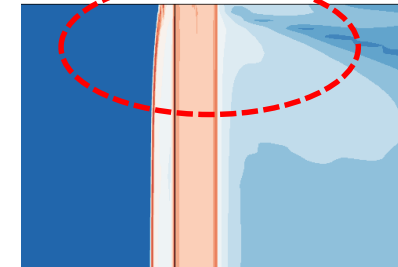
Особенности расчета сверхзвукового обтекания:

- большая расчетная область (границы далеко)
- специальные граничные условия

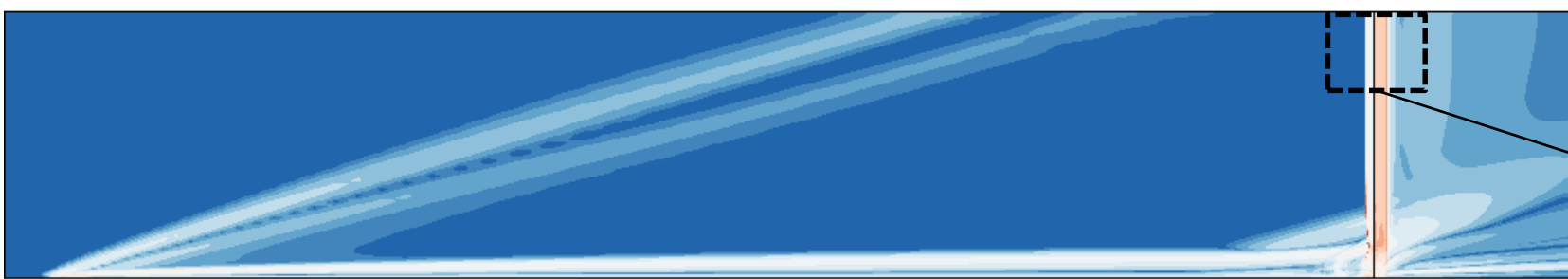
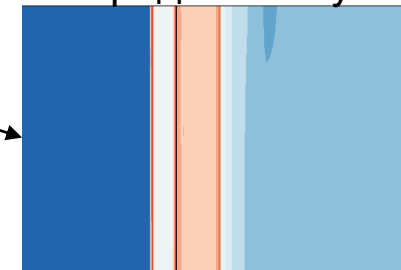
- 1 – условие прилипания $T_w = const$ или $q_w = const$
- 3 – выходная граница
- 4 – условие симметрии
- 2 – входная граница
 - расчет пластины целиком
 - задание входного профиля
«возмущения» от входной границы
- 5 – неотражающие граничные условия



Неотражающие г. у.

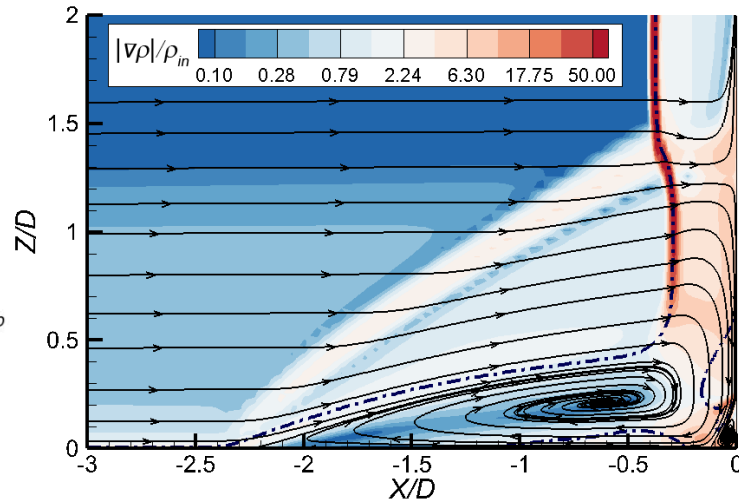
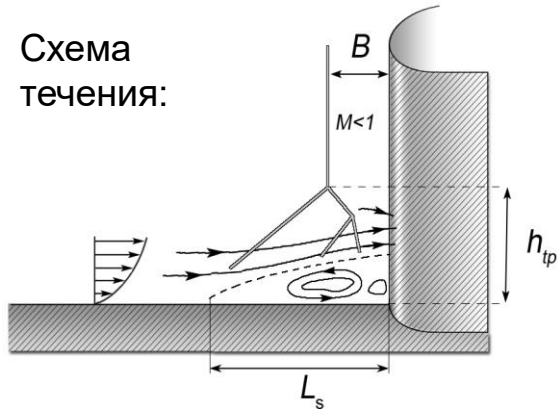


«Гибридные» г. у.

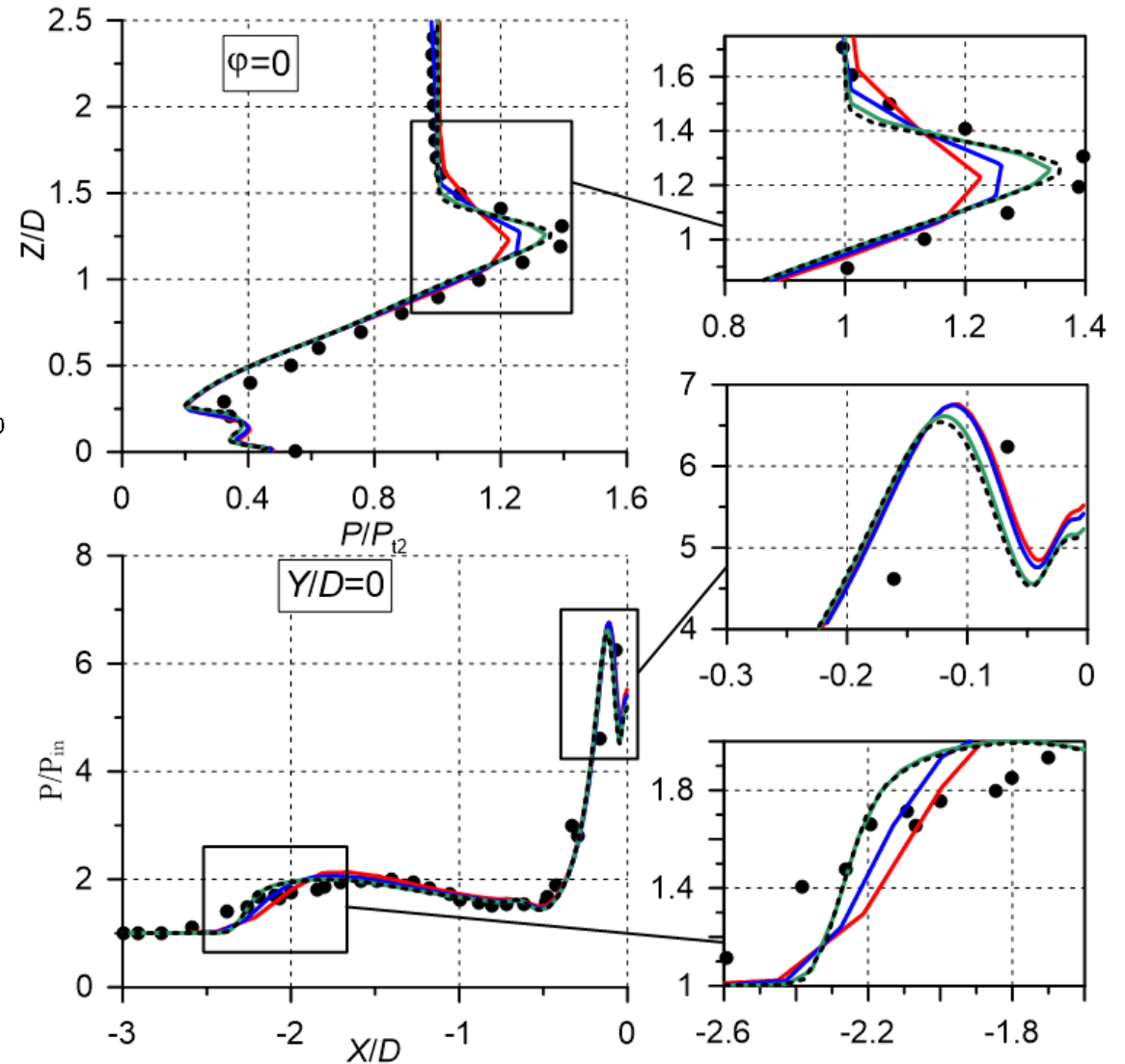


Сеточная сходимость

Схема течения:

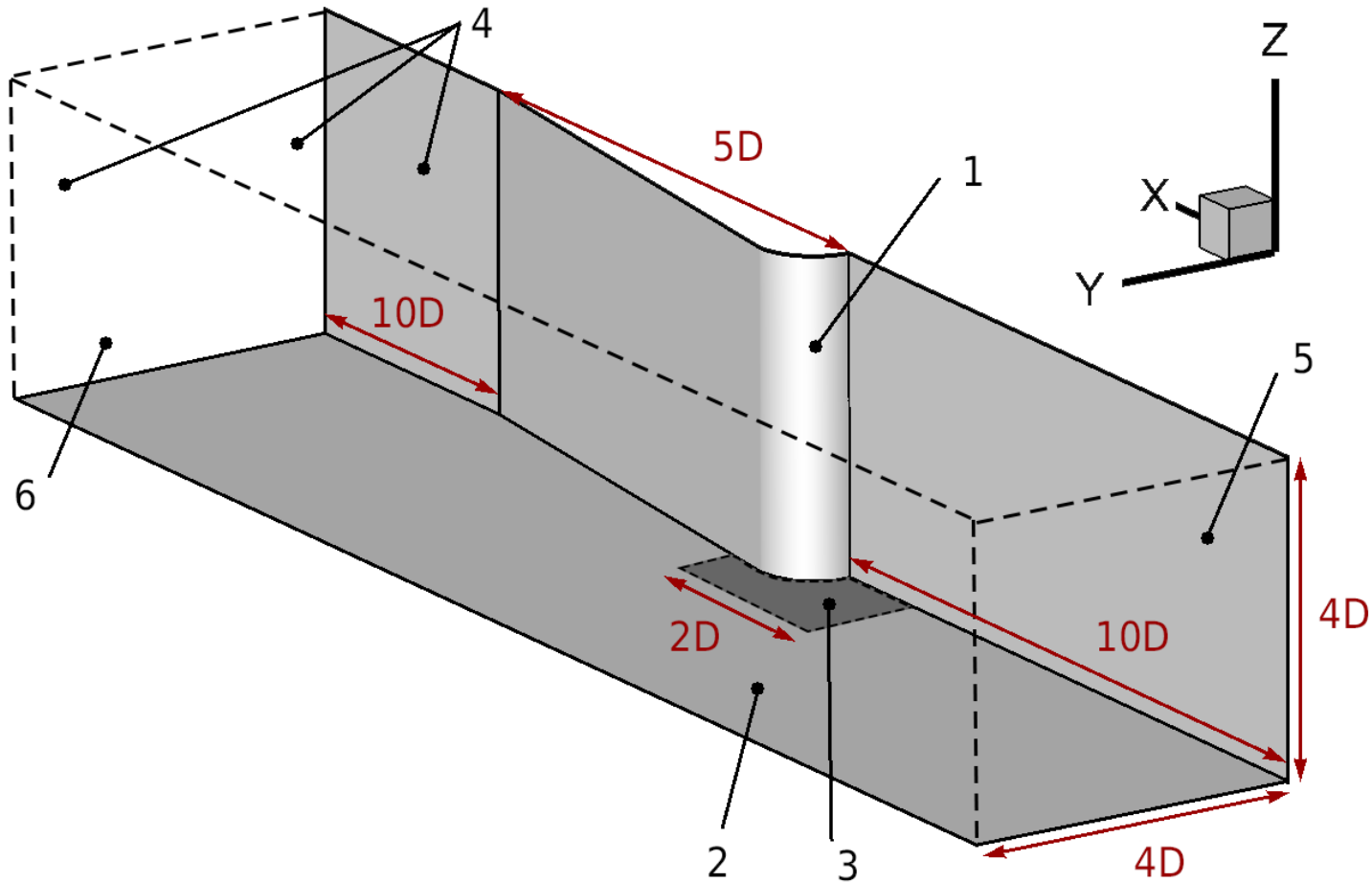


	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	Mesh 4
N_{cell}	0.34 mln	1.3 mln	7.6 mln	21 mln
$(\Delta x)^*/D$	0.071	0.044	0.021	0.016
$(\Delta x)_1/D$	$6 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-4}$
$(N_x)_s$	60	100	200	300
$(\Delta z)^*/D$	0.185	0.129	0.057	0.037
max plate y^+	0.6	0.58	0.56	0.56
L_s/D	2.13	2.22	2.30	2.29
P_{max}/P_{t2}	1.22	1.26	1.34	1.35



● Experiment — Mesh 1 — Mesh 2 — Mesh 3 - - - Mesh 4

Расчетная область и граничные условия



(1) – обтекаемое симметричное тело

(2) – пластина

(3) – обогреваемая часть пластины

Границы расчетной области:

(4) – плоскости симметрии

(5) – входная граница

(6) – выходная граница