



# Платформа INMOST: развитие и применение

CFD-Weekend ИПМ РАН



# Цель создания

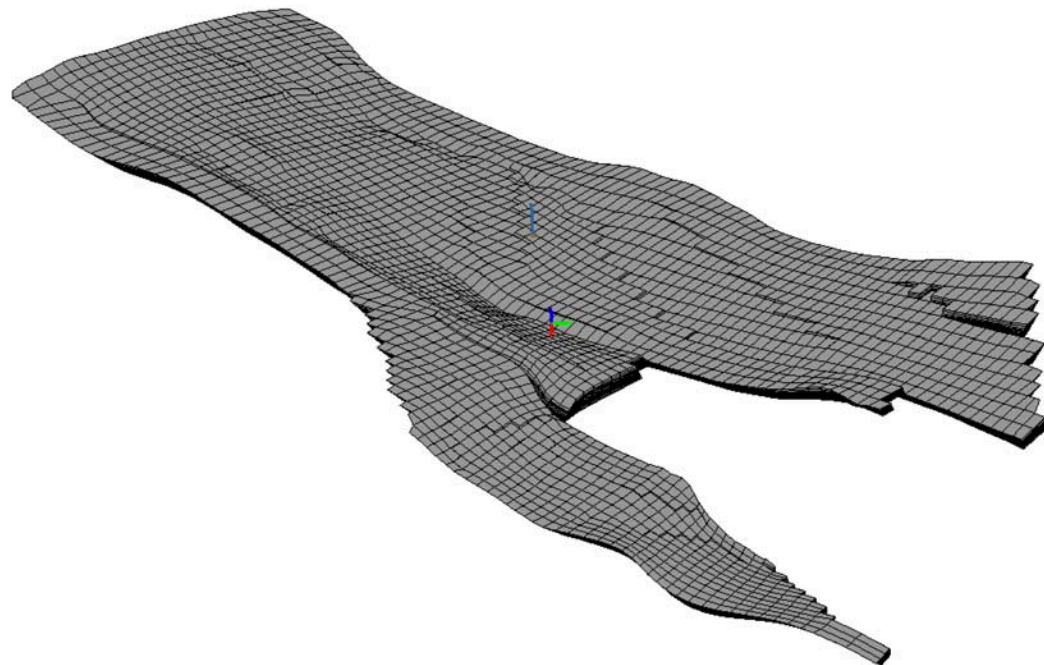


Предоставить средства для:

- ✓ работы с распределенными сетками общего вида,
- ✓ решения линейных систем,
- ✓ заполнения невязки и матрицы Якоби,
- ✓ взаимозаменяемого модульного оформления математических моделей.



# Сложные сетки



**Образование Норне**

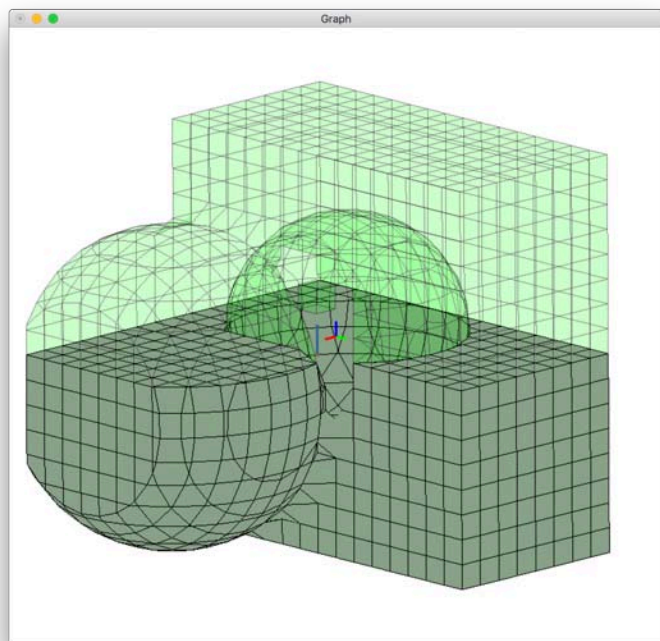


**Тело человека**

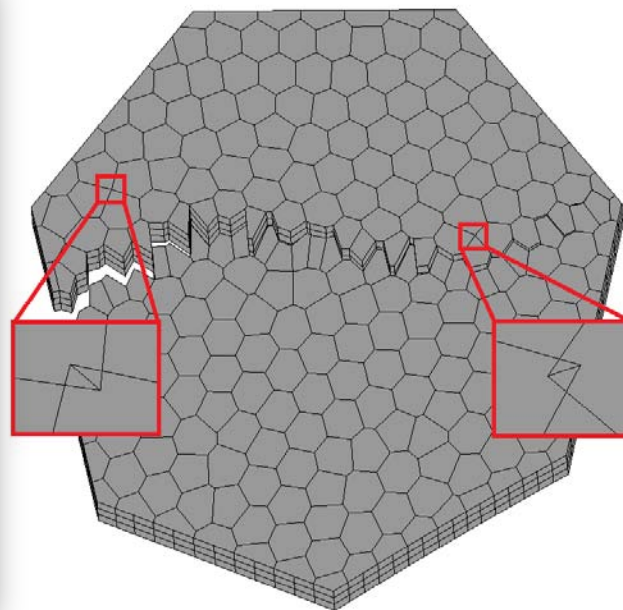




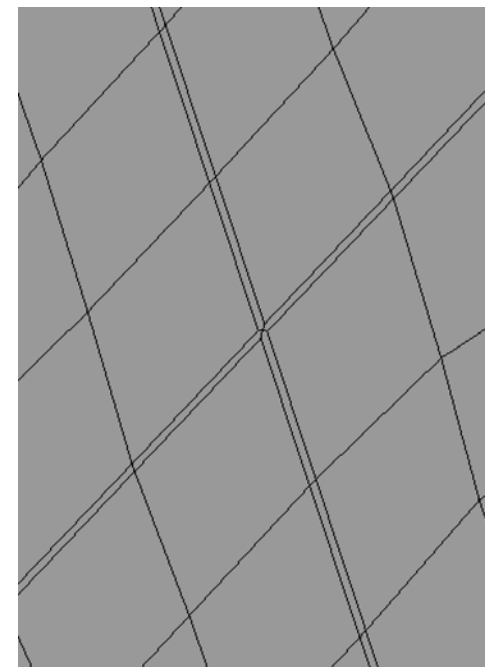
# Модификации сеток



**Срезание  
сетки**



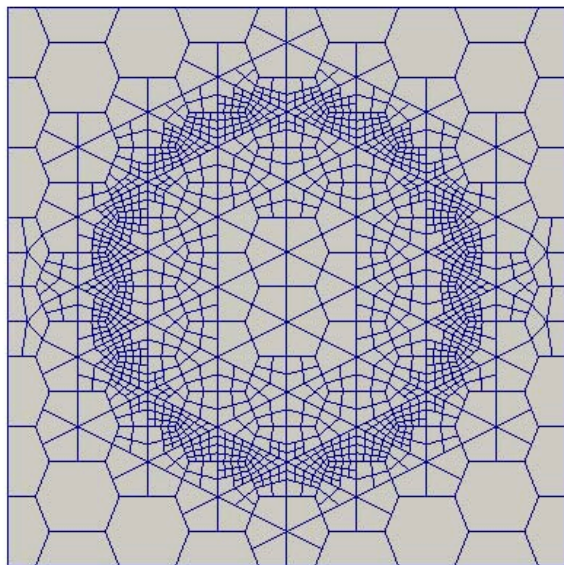
**Восстановление  
плохих сеток**



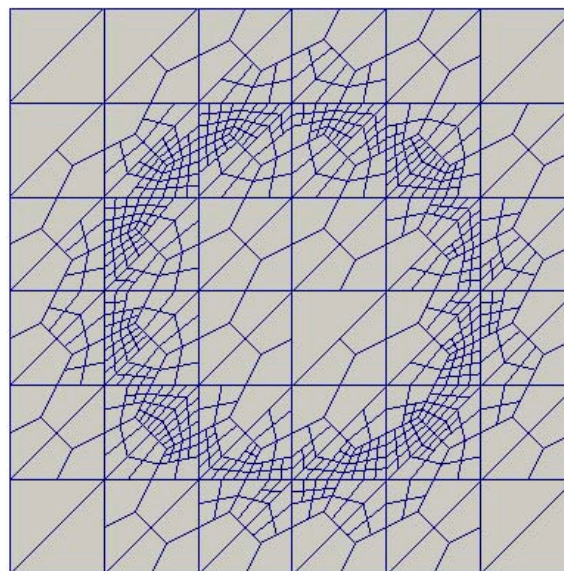
**Вскрытие  
разломов**



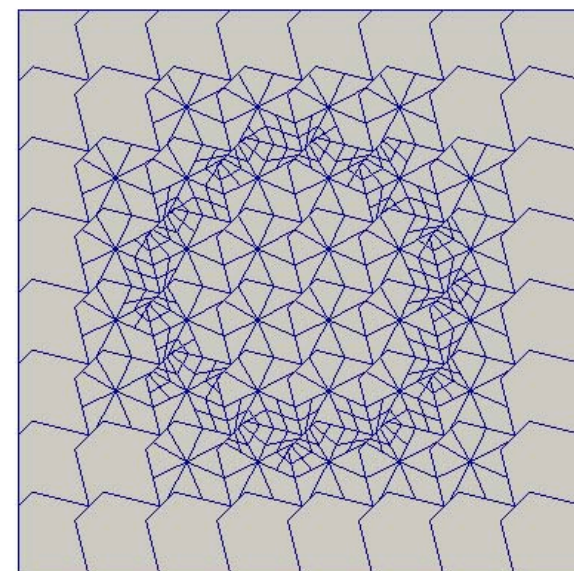
# Адаптивные сетки: Общие сетки



**Гексаэдрально-  
призматическая  
сетка**



**Тетраэдральная  
сетка**

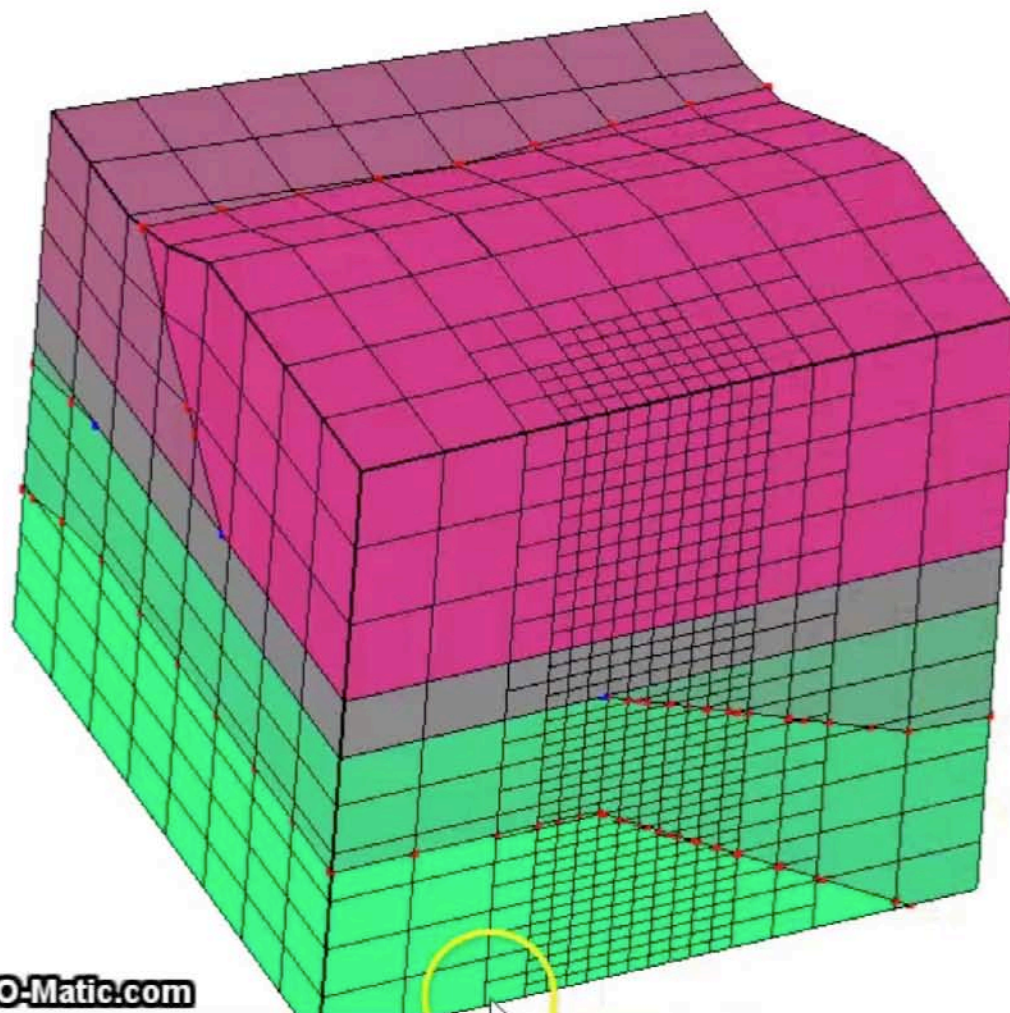


**Сетка с невыпуклыми  
ячейками**





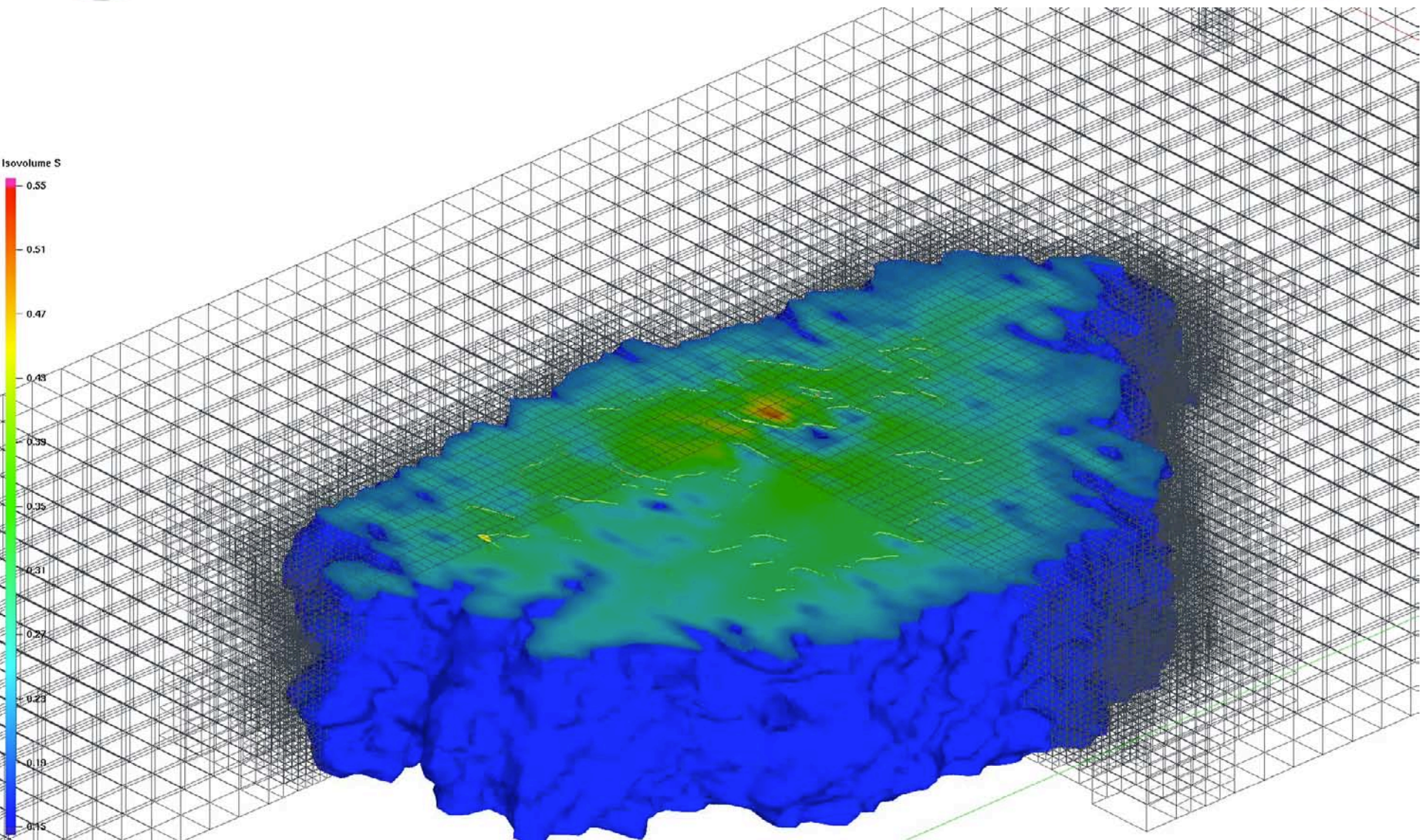
# Адаптивные сетки: Несколько материалов







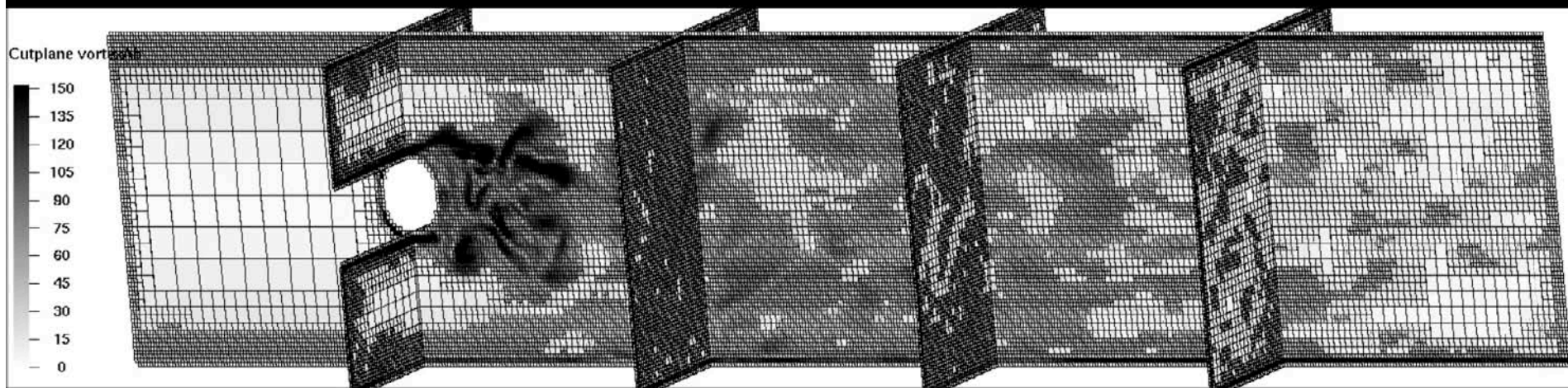
# Адаптивные сетки: Двухфазная фильтрация







# Адаптивные сетки: Обтекание цилиндра



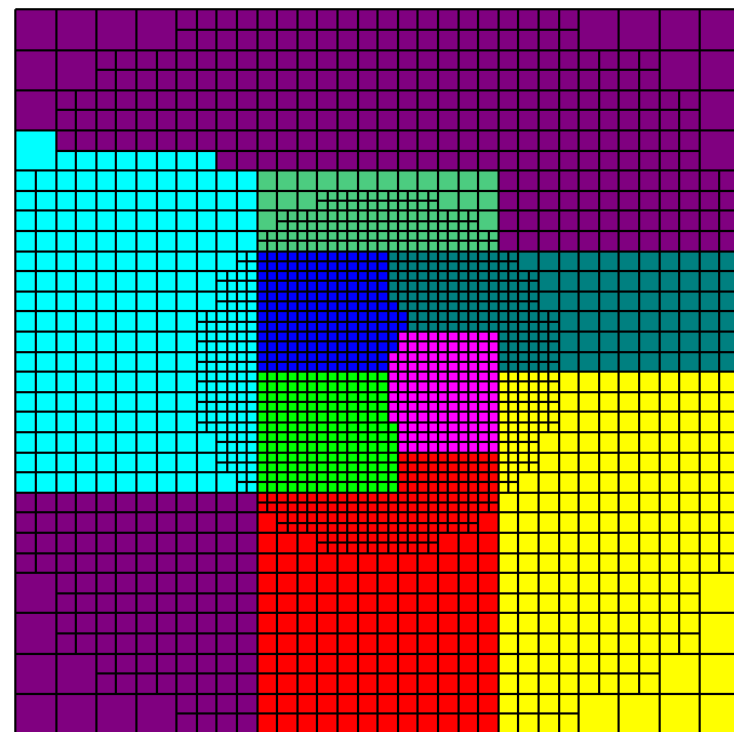




# Адаптивные сетки: проблемы



- ✓ все ранее приведенные примеры выполнялись последовательно,
- ✓ есть частные реализации, но нет систематического подхода, требуется дополнительный функционал:
  - ✓ обмен множествами и их элементами,
  - ✓ передача данных типа ссылка на элемент,
  - ✓ восстановление слоев фиктивных ячеек без удаления.



Бурачковский и Коньшин



# Дискретизация модели



Система дифференциальных уравнений

$$\text{div } \mathbb{K} \text{ grad } C = 0 \quad \text{в } \Omega$$

$$C = g \quad \text{в } \Gamma_1$$

$$\mathbb{K} \frac{\partial C}{\partial n} = q \quad \text{в } \Gamma_2$$

Сетка области

$$\Omega_h$$

$$\Gamma_{1,h}$$

$$\Gamma_{2,h}$$

Модули дискретизации

Оператор div

Интерполяция  $C$

Оператор  $\mathbb{K} \text{ grad}$

Данные  $C$

Матрица вариации



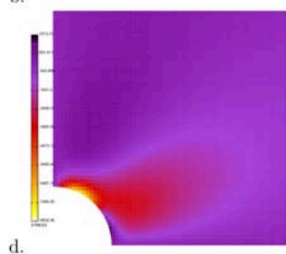
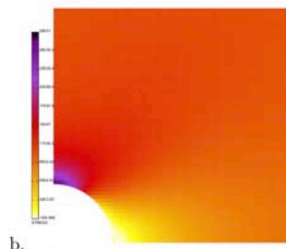
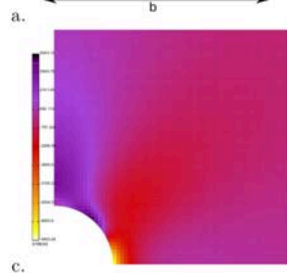
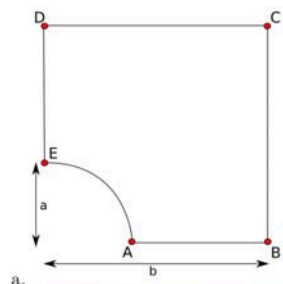


# Модели: Линейная упругость



Неизвестные:  $u, v, w$

Уравнения:  $-\operatorname{div}(\sigma) = 0$   
 $C: \sigma = \frac{\nabla u + \nabla u^T}{2}$



c.

d.

1.23  
1.107  
0.994  
0.881  
0.768  
0.655  
0.542  
0.429  
0.316  
0.203  
0.090  
-0.023  
-0.136  
-0.249  
-0.362  
-0.475  
-0.588  
-0.701  
-0.814  
-0.927  
-1.040  
-1.153  
-1.266  
-1.379  
-1.492  
-1.605  
-1.718  
-1.831  
-1.944  
-2.057  
-2.170  
-2.283  
-2.396  
-2.509  
-2.622  
-2.735  
-2.848  
-2.961  
-3.074  
-3.187  
-3.300  
-3.413  
-3.526  
-3.639  
-3.752  
-3.865  
-3.978  
-4.091  
-4.204  
-4.317  
-4.430  
-4.543  
-4.656  
-4.769  
-4.882  
-4.995  
-5.108  
-5.221  
-5.334  
-5.447  
-5.560  
-5.673  
-5.786  
-5.899  
-6.012  
-6.125  
-6.238  
-6.351  
-6.464  
-6.577  
-6.690  
-6.803  
-6.916  
-7.029  
-7.142  
-7.255  
-7.368  
-7.481  
-7.594  
-7.707  
-7.820  
-7.933  
-8.046  
-8.159  
-8.272  
-8.385  
-8.498  
-8.611  
-8.724  
-8.837  
-8.950  
-9.063  
-9.176  
-9.289  
-9.402  
-9.515  
-9.628  
-9.741  
-9.854  
-9.967  
-10.080  
-10.193  
-10.306  
-10.419  
-10.532  
-10.645  
-10.758  
-10.871  
-10.984  
-11.097  
-11.210  
-11.323  
-11.436  
-11.549  
-11.662  
-11.775  
-11.888  
-12.001  
-12.114  
-12.227  
-12.340  
-12.453  
-12.566  
-12.679  
-12.792  
-12.905  
-13.018  
-13.131  
-13.244  
-13.357  
-13.470  
-13.583  
-13.696  
-13.809  
-13.922  
-14.035  
-14.148  
-14.261  
-14.374  
-14.487  
-14.600  
-14.713  
-14.826  
-14.939  
-15.052  
-15.165  
-15.278  
-15.391  
-15.504  
-15.617  
-15.730  
-15.843  
-15.956  
-16.069  
-16.182  
-16.295  
-16.408  
-16.521  
-16.634  
-16.747  
-16.860  
-16.973  
-17.086  
-17.199  
-17.312  
-17.425  
-17.538  
-17.651  
-17.764  
-17.877  
-17.990  
-18.103  
-18.216  
-18.329  
-18.442  
-18.555  
-18.668  
-18.781  
-18.894  
-19.007  
-19.120  
-19.233  
-19.346  
-19.459  
-19.572  
-19.685  
-19.798  
-19.911  
-20.024  
-20.137  
-20.250  
-20.363  
-20.476  
-20.589  
-20.702  
-20.815  
-20.928  
-21.041  
-21.154  
-21.267  
-21.380  
-21.493  
-21.606  
-21.719  
-21.832  
-21.945  
-22.058  
-22.171  
-22.284  
-22.397  
-22.510  
-22.623  
-22.736  
-22.849  
-22.962  
-23.075  
-23.188  
-23.301  
-23.414  
-23.527  
-23.640  
-23.753  
-23.866  
-23.979  
-24.092  
-24.205  
-24.318  
-24.431  
-24.544  
-24.657  
-24.770  
-24.883  
-24.996  
-25.109  
-25.222  
-25.335  
-25.448  
-25.561  
-25.674  
-25.787  
-25.900  
-26.013  
-26.126  
-26.239  
-26.352  
-26.465  
-26.578  
-26.691  
-26.804  
-26.917  
-27.030  
-27.143  
-27.256  
-27.369  
-27.482  
-27.595  
-27.708  
-27.821  
-27.934  
-28.047  
-28.160  
-28.273  
-28.386  
-28.499  
-28.612  
-28.725  
-28.838  
-28.951  
-29.064  
-29.177  
-29.290  
-29.403  
-29.516  
-29.629  
-29.742  
-29.855  
-29.968  
-30.081  
-30.194  
-30.307  
-30.420  
-30.533  
-30.646  
-30.759  
-30.872  
-30.985  
-31.098  
-31.211  
-31.324  
-31.437  
-31.550  
-31.663  
-31.776  
-31.889  
-32.002  
-32.115  
-32.228  
-32.341  
-32.454  
-32.567  
-32.680  
-32.793  
-32.906  
-33.019  
-33.132  
-33.245  
-33.358  
-33.471  
-33.584  
-33.697  
-33.810  
-33.923  
-34.036  
-34.149  
-34.262  
-34.375  
-34.488  
-34.601  
-34.714  
-34.827  
-34.940  
-35.053  
-35.166  
-35.279  
-35.392  
-35.505  
-35.618  
-35.731  
-35.844  
-35.957  
-36.070  
-36.183  
-36.296  
-36.409  
-36.522  
-36.635  
-36.748  
-36.861  
-36.974  
-37.087  
-37.200  
-37.313  
-37.426  
-37.539  
-37.652  
-37.765  
-37.878  
-37.991  
-38.104  
-38.217  
-38.330  
-38.443  
-38.556  
-38.669  
-38.782  
-38.895  
-39.008  
-39.121  
-39.234  
-39.347  
-39.460  
-39.573  
-39.686  
-39.799  
-39.912  
-40.025  
-40.138  
-40.251  
-40.364  
-40.477  
-40.590  
-40.703  
-40.816  
-40.929  
-41.042  
-41.155  
-41.268  
-41.381  
-41.494  
-41.607  
-41.720  
-41.833  
-41.946  
-42.059  
-42.172  
-42.285  
-42.398  
-42.511  
-42.624  
-42.737  
-42.850  
-42.963  
-43.076  
-43.189  
-43.302  
-43.415  
-43.528  
-43.641  
-43.754  
-43.867  
-43.980  
-44.093  
-44.206  
-44.319  
-44.432  
-44.545  
-44.658  
-44.771  
-44.884  
-44.997  
-45.110  
-45.223  
-45.336  
-45.449  
-45.562  
-45.675  
-45.788  
-45.901  
-46.014  
-46.127  
-46.240  
-46.353  
-46.466  
-46.579  
-46.692  
-46.805  
-46.918  
-47.031  
-47.144  
-47.257  
-47.370  
-47.483  
-47.596  
-47.709  
-47.822  
-47.935  
-48.048  
-48.161  
-48.274  
-48.387  
-48.500  
-48.613  
-48.726  
-48.839  
-48.952  
-49.065  
-49.178  
-49.291  
-49.404  
-49.517  
-49.630  
-49.743  
-49.856  
-49.969  
-50.082  
-50.195  
-50.308  
-50.421  
-50.534  
-50.647  
-50.760  
-50.873  
-50.986  
-51.099  
-51.212  
-51.325  
-51.438  
-51.551  
-51.664  
-51.777  
-51.890  
-52.003  
-52.116  
-52.229  
-52.342  
-52.455  
-52.568  
-52.681  
-52.794  
-52.907  
-53.020  
-53.133  
-53.246  
-53.359  
-53.472  
-53.585  
-53.698  
-53.811  
-53.924  
-54.037  
-54.150  
-54.263  
-54.376  
-54.489  
-54.602  
-54.715  
-54.828  
-54.941  
-55.054  
-55.167  
-55.280  
-55.393  
-55.506  
-55.619  
-55.732  
-55.845  
-55.958  
-56.071  
-56.184  
-56.297  
-56.410  
-56.523  
-56.636  
-56.749  
-56.862  
-56.975  
-57.088  
-57.201  
-57.314  
-57.427  
-57.540  
-57.653  
-57.766  
-57.879  
-57.992  
-58.105  
-58.218  
-58.331  
-58.444  
-58.557  
-58.670  
-58.783  
-58.896  
-59.009  
-59.122  
-59.235  
-59.348  
-59.461  
-59.574  
-59.687  
-59.800  
-59.913  
-60.026  
-60.139  
-60.252  
-60.365  
-60.478  
-60.591  
-60.704  
-60.817  
-60.930  
-61.043  
-61.156  
-61.269  
-61.382  
-61.495  
-61.608  
-61.721  
-61.834  
-61.947  
-62.060  
-62.173  
-62.286  
-62.399  
-62.512  
-62.625  
-62.738  
-62.851  
-62.964  
-63.077  
-63.190  
-63.303  
-63.416  
-63.529  
-63.642  
-63.755  
-63.868  
-63.981  
-64.094  
-64.207  
-64.320  
-64.433  
-64.546  
-64.659  
-64.772  
-64.885  
-64.998  
-65.111  
-65.224  
-65.337  
-65.450  
-65.563  
-65.676  
-65.789  
-65.902  
-66.015  
-66.128  
-66.241  
-66.354  
-66.467  
-66.580  
-66.693  
-66.806  
-66.919  
-67.032  
-67.145  
-67.258  
-67.371  
-67.484  
-67.597  
-67.710  
-67.823  
-67.936  
-68.049  
-68.162  
-68.275  
-68.388  
-68.501  
-68.614  
-68.727  
-68.840  
-68.953  
-69.066  
-69.179  
-69.292  
-69.405  
-69.518  
-69.631  
-69.744  
-69.857  
-69.970  
-70.083  
-70.196  
-70.309  
-70.422  
-70.535  
-70.648  
-70.761  
-70.874  
-70.987  
-71.100  
-71.213  
-71.326  
-71.439  
-71.552  
-71.665  
-71.778  
-71.891  
-72.004  
-72.117  
-72.230  
-72.343  
-72.456  
-72.569  
-72.682  
-72.795  
-72.908  
-73.021  
-73.134  
-73.247  
-73.360  
-73.473  
-73.586  
-73.699  
-73.812  
-73.925  
-74.038  
-74.151  
-74.264  
-74.377  
-74.490  
-74.603  
-74.716  
-74.829  
-74.942  
-75.055  
-75.168  
-75.281  
-75.394  
-75.507  
-75.620  
-75.733  
-75.846  
-75.959  
-76.072  
-76.185  
-76.298  
-76.411  
-76.524  
-76.637  
-76.750  
-76.863  
-76.976  
-77.089  
-77.202  
-77.315  
-77.428  
-77.541  
-77.654  
-77.767  
-77.880  
-77.993  
-78.106  
-78.219  
-78.332  
-78.445  
-78.558  
-78.671  
-78.784  
-78.897  
-79.010  
-79.123  
-79.236  
-79.349  
-79.462  
-79.575  
-79.688  
-79.801  
-79.914  
-80.027  
-80.140  
-80.253  
-80.366  
-80.479  
-80.592  
-80.705  
-80.818  
-80.931  
-81.044  
-81.157  
-81.270  
-81.383  
-81.496  
-81.609  
-81.722  
-81.835  
-81.948  
-82.061  
-82.174  
-82.287  
-82.400  
-82.513  
-82.626  
-82.739  
-82.852  
-82.965  
-83.078  
-83.191  
-83.304  
-83.417  
-83.530  
-83.643  
-83.756  
-83.869  
-83.982  
-84.095  
-84.208  
-84.321  
-84.434  
-84.547  
-84.660  
-84.773  
-84.886  
-85.000  
-85.113  
-85.226  
-85.339  
-85.452  
-85.565  
-85.678  
-85.791  
-85.904  
-86.017  
-86.130  
-86.243  
-86.356  
-86.469  
-86.582  
-86.695  
-86.808  
-86.921  
-87.034  
-87.147  
-87.260  
-87.373  
-87.486  
-87.599  
-87.712  
-87.825  
-87.938  
-88.051  
-88.164  
-88.277  
-88.390  
-88.503  
-88.616  
-88.729  
-88.842  
-88.955  
-89.068  
-89.181  
-89.294  
-89.407  
-89.520  
-89.633  
-89.746  
-89.859  
-89.972  
-90.085  
-90.198  
-90.311  
-90.424  
-90.537  
-90.650  
-90.763  
-90.876  
-90.989  
-91.102  
-91.215  
-91.328  
-91.441  
-91.554  
-91.667  
-91.780  
-91.893  
-92.006  
-92.119  
-92.232  
-92.345  
-92.458  
-92.571  
-92.684  
-92.797  
-92.910  
-93.023  
-93.136  
-93.249  
-93.362  
-93.475  
-93.588  
-93.701  
-93.814  
-93.927  
-94.040  
-94.153  
-94.266  
-94.379  
-94.492  
-94.605  
-94.718  
-94.831  
-94.944  
-95.057  
-95.170  
-95.283  
-95.396  
-95.509  
-95.622  
-95.735  
-95.848  
-95.961  
-96.074  
-96.187  
-96.300  
-96.413  
-96.526  
-96.639  
-96.752  
-96.865  
-96.978  
-97.091  
-97.204  
-97.317  
-97.430  
-97.543  
-97.656  
-97.769  
-97.882  
-97.995  
-98.108  
-98.221  
-98.334  
-98.447  
-98.560  
-98.673  
-98.786  
-98.899  
-99.012  
-99.125  
-99.238  
-99.351  
-99.464  
-99.577  
-99.690  
-99.803  
-99.916  
-100.029  
-100.142  
-100.255  
-100.368  
-100.481  
-100.594  
-100.707  
-100.820  
-100.933  
-101.046  
-101.159  
-101.272  
-101.385  
-101.498  
-101.611  
-101.724  
-101.837  
-101.950  
-102.063  
-102.176  
-102.289  
-102.402  
-102.515  
-102.628  
-102.741  
-102.854  
-102.967  
-103.080  
-103.193  
-103.306  
-103.419  
-103.532  
-103.645  
-103.758  
-103.871  
-103.984  
-104.097  
-104.210  
-104.323  
-104.436  
-104.549  
-104.662  
-104.775  
-104.888  
-105.001  
-105.114  
-105.227  
-105.340  
-105.453  
-105.566  
-105.679  
-105.792  
-105.905  
-106.018  
-106.131  
-106.244  
-106.357  
-106.470  
-106.583  
-106.696  
-106.809  
-106.922  
-107.035  
-107.148  
-107.261  
-107.374  
-107.487  
-107.600  
-107.713  
-107.826  
-107.939  
-108.052  
-108.165  
-108.278  
-108.391  
-108.504  
-108.617  
-108.730  
-108.843  
-108.956  
-109.069  
-109.182  
-109.295  
-109.408  
-109.521  
-109.634  
-109.747  
-109.860  
-109.973  
-110.086  
-110.199  
-110.312  
-110.425  
-110.538  
-110.651  
-110.764  
-110.877  
-110.990  
-111.103  
-111.216  
-111.329  
-111.442  
-111.555  
-111.668  
-111.781  
-111.894  
-112.007  
-112.120  
-112.233  
-112.346  
-112.459  
-112.572  
-112.685  
-112.798  
-112.911  
-113.024  
-113.137  
-113.250  
-113.363  
-113.476  
-113.589  
-113.702  
-113.815  
-113.928  
-114.041  
-114.154  
-114.267  
-114.380  
-114.493  
-114.606  
-114.719  
-114.832  
-114.945  
-115.058  
-115.171  
-115.284  
-115.397  
-115.510  
-115.623  
-115.736  
-115.849  
-115.962  
-116.075  
-116.188  
-116.301  
-116.414  
-116.527  
-116.640  
-116.753  
-116.866  
-116.979  
-117.092  
-117.205  
-117.318  
-117.431  
-117.544  
-117.657  
-117.770  
-117.883  
-117.996  
-118.109  
-118.222  
-118.335  
-118.448  
-118.561  
-118.674  
-118.787  
-118.900  
-119.013  
-119.126  
-119.239  
-119.352  
-119.465  
-119.578  
-119.691  
-119.804  
-119.917  
-120.030  
-120.143  
-120.256  
-120.369  
-120.482  
-120.595  
-120.708  
-120.821  
-120.934  
-121.047  
-121.160  
-121.273  
-121.386  
-121.499  
-121.612  
-121.725  
-121.838  
-121.951  
-122.064  
-122.177  
-122.290  
-122.403  
-122.516  
-122.629  
-122.742  
-122.855  
-122.968  
-123.081  
-123.194  
-123.307  
-123.420  
-123.533  
-123.646  
-123.759  
-123.872  
-123.985  
-124.098  
-124.211  
-124.324  
-124.437  
-124.550  
-124.663  
-124.776  
-124.889  
-125.002  
-125.115  
-125.228  
-125.341  
-125.454  
-125.567  
-125.680  
-125.793  
-125.906  
-126.019  
-126.132  
-126.245  
-126.358  
-126.471  
-126.584  
-126.697  
-126.810  
-126.923  
-127.036  
-127.149  
-127.262  
-127.375  
-127.488  
-127.601  
-127.714  
-127.827  
-127.940  
-128.053  
-128.166  
-128.279  
-128.392  
-128.505  
-128.618  
-128.731  
-128.844  
-128.957  
-129.070  
-129.183  
-129.296  
-129.409  
-129.522  
-129.635  
-129.748  
-129.861  
-129.974  
-130.087  
-130.200  
-130.313  
-130.426  
-130.539  
-130.652  
-130.765  
-130.878  
-130.991  
-131.104  
-131.217  
-131.330  
-131.443  
-131.556  
-131.669  
-131.782  
-131.895  
-132.008  
-132.121  
-132.234  
-132.347  
-132.460  
-132.573  
-132.686  
-132.799  
-132.912  
-133.025  
-133.138  
-133.251  
-133.364  
-133.477  
-133.590  
-133.703  
-133.816  
-133.929  
-134.042  
-134.155  
-134.268  
-134.381  
-134.494  
-134.607  
-134.720  
-134.833  
-134.946  
-135.059  
-135.172  
-135.285  
-135.398  
-135.511  
-135.624  
-135.737  
-135.850  
-135.963  
-136.076  
-136.189  
-136.302  
-136.415  
-136.528  
-136.641  
-136.754  
-136.867  
-136.980  
-137.093  
-137.206  
-137.319  
-137.432  
-137.545  
-137.658  
-137.771  
-137.884  
-137.997  
-138.110  
-138.223  
-138.336  
-138.449  
-138.562  
-138.675  
-138.788  
-138.901  
-139.014  
-139.127  
-139.240  
-139.353  
-139.466  
-139.579  
-139.692  
-139.805  
-139.918  
-140.031  
-140.144  
-140.257  
-140.370  
-140.483  
-140.596  
-140.709  
-140.822  
-140.935  
-141.048  
-141.161  
-141.274  
-141.387  
-141.500  
-141.613  
-141.726  
-141.839  
-141.952  
-142.065  
-142.178  
-142.291  
-142.404  
-142.517  
-142.630  
-142.743  
-142.856  
-142.969



# Модели: Механика пористой среды

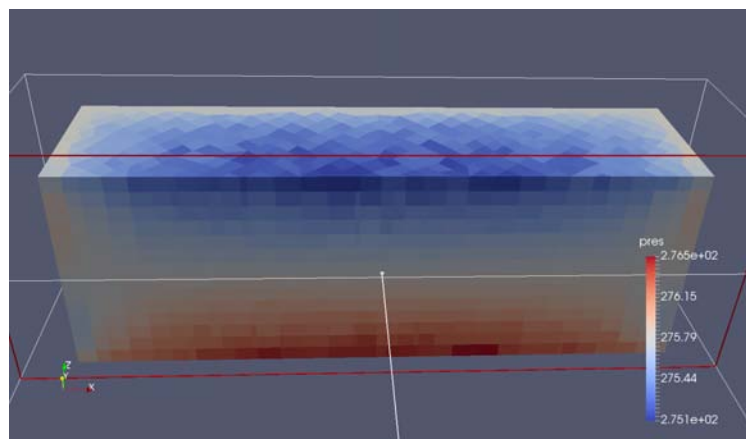


Неизвестные:  $u, v, w, p$

Уравнения:  $-\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{B}\nabla p = \rho g \nabla z$

$$\mathbf{C}:\boldsymbol{\sigma} = \frac{\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T}{2}$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - \text{div}(\mathbf{K}(\nabla p - \rho g \nabla z)) - \mathbf{B}\nabla \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = q$$



Деформации пористой среды по действию гравитацией





# Модели: Трехфазная фильтрация

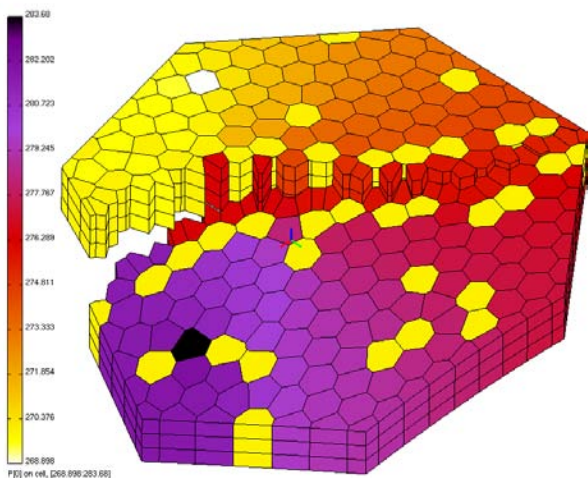


**Неизвестные:**  $p, S_o, S_g$  либо  $p_b$  в зависимости от состояния

**Уравнения:** 
$$\frac{\partial \rho_w(p_b)\theta(p)S_o}{\partial t} - \text{div}(\lambda_w(S_w, p_b)\mathbf{K}(\nabla p - \rho_w(p_b)g\nabla z)) = q_w$$

$$\frac{\partial \rho_o(p_b)\theta(p)S_o}{\partial t} - \text{div}(\lambda_o(S_o, p_b)\mathbf{K}(\nabla p - \nabla Pc_o(S_o) - \rho_o(p_b)g\nabla z)) = q_o$$

$$\frac{\partial \rho_g(p_b)\theta(p)(Rs(p_b)S_o + S_g)}{\partial t} - \text{div}(\lambda_g(S_w, S_g, p_b)\mathbf{K}(\nabla p - \nabla Pc_g(S_o) - \rho g\nabla z)) = q_g$$



**Заводение в Норне**

**Заводнение в сложных геометриях**



# Модели: Образование тромба



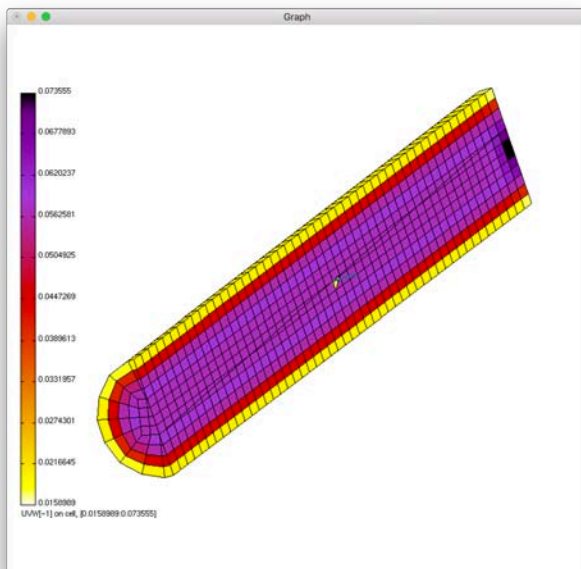
**Неизвестные:**  $u, v, w, p, T, PT, A, F, F_g, F_p, \theta_c, \theta_f, Va, Ca$

**Уравнения:**

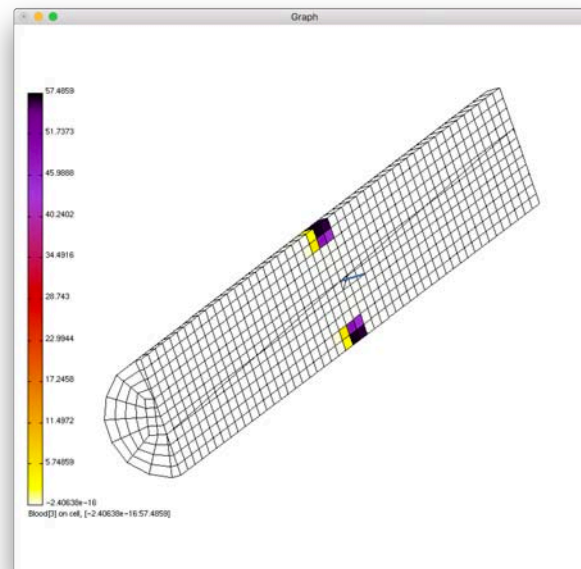
$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}^T - \mu \nabla \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = - \frac{\mu}{K(F_p, T, \theta_c, \theta_f)} \mathbf{u}$$

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(\lambda(C_i) \mathbf{u} - D \beta(C_i) \nabla C_i) = F(C_1, \dots, C_{10})$$



**Скорости в сосуде**



**Образование тромба**

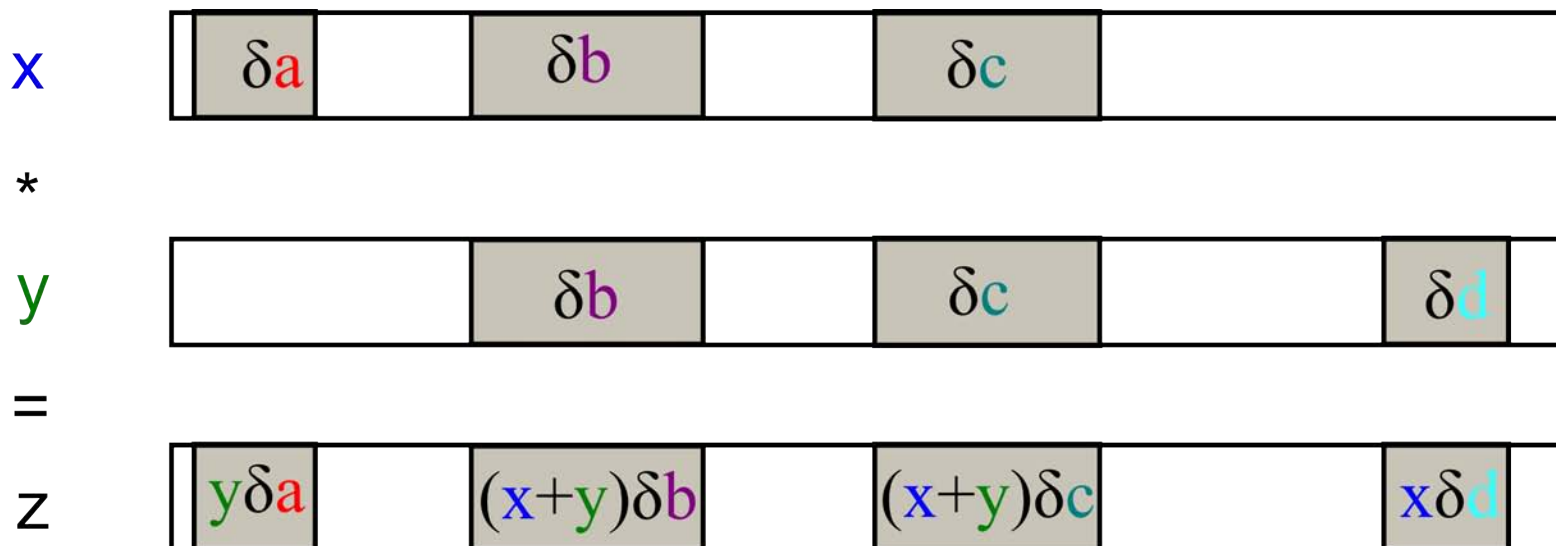




# Модели: Автоматическое моделирование



Основная операция при сложении переменных с производными:



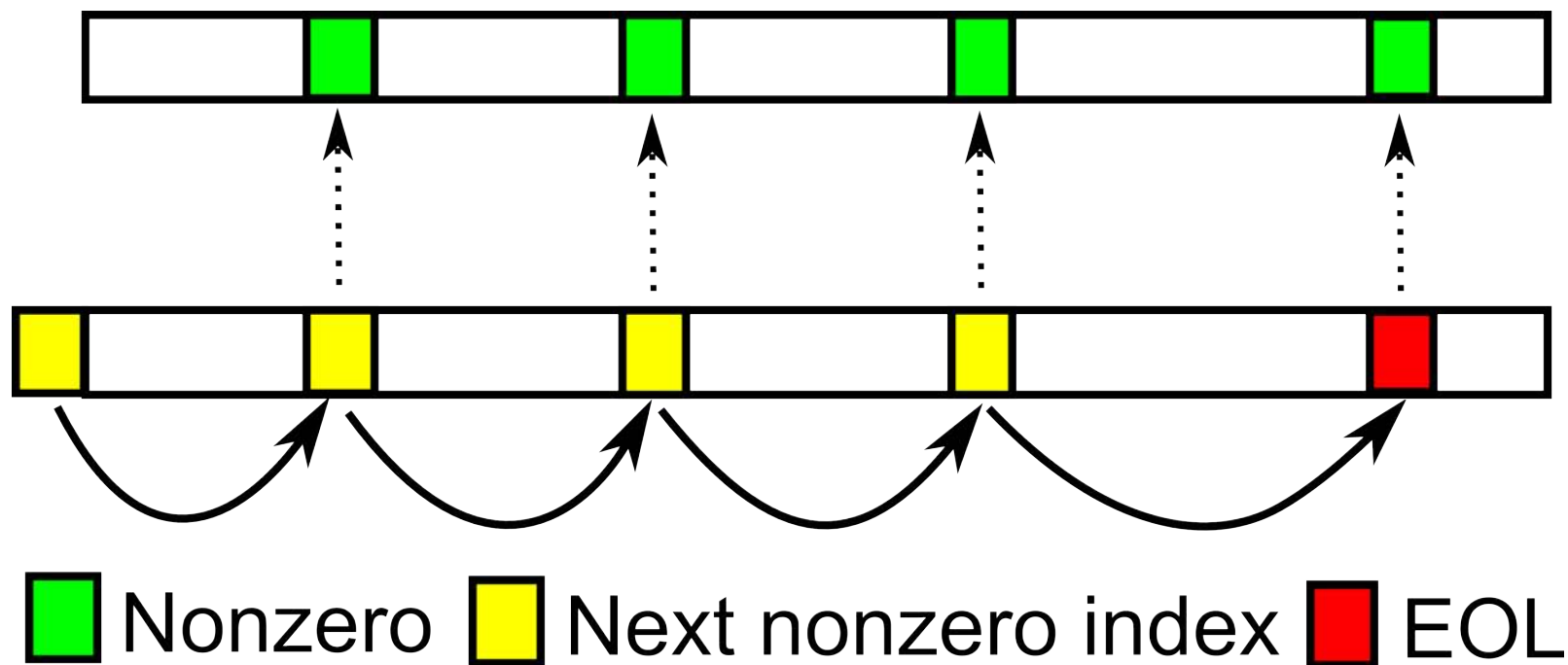
Требуется быстрое сложение разреженных векторов!



# Модели: Автоматическое моделирование



Средства для сложения заимствованы из ILU( $\tau$ ):

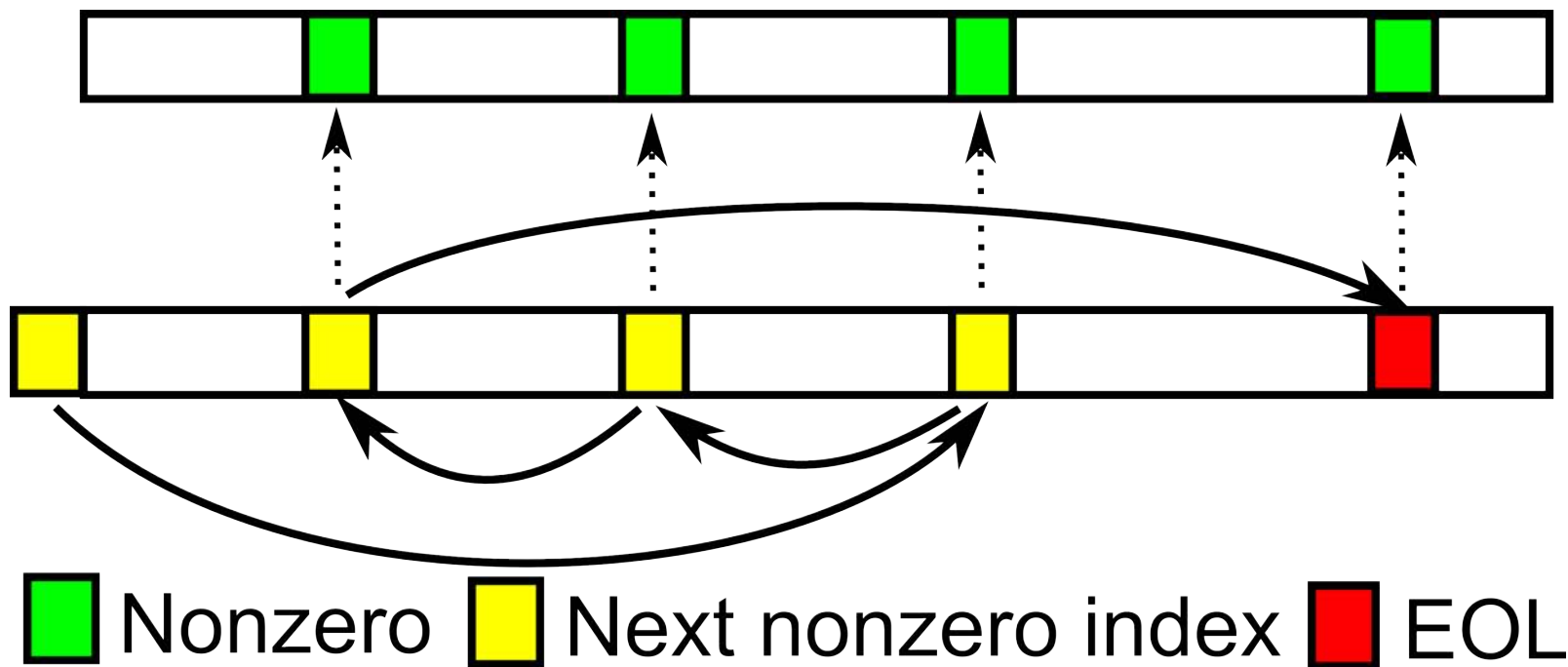




# Модели: Автоматическое моделирование



Еще быстрее – неупорядоченная вставка (используется для Шура):







# Модели: Автоматическое дифференцирование



Предоставляется следующий функционал:

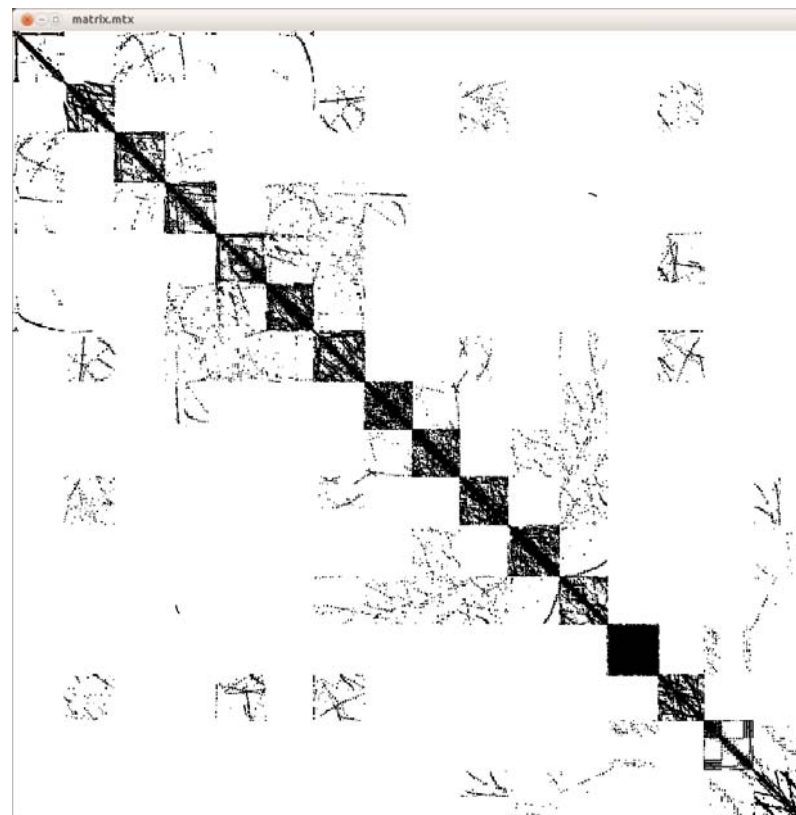
- ✓ Ввод и нумерация неизвестных в одиночном и блочном виде.
  - ✓ Автоматическое создание структур для ускорения вычислений.
- ✓ Типы данных для представления:
  - ✓ Неизвестных с производными.
  - ✓ Матриц как обычных значений, так и значений с производными.
  - ✓ Операций над матрицами смешенного типа:
    - ✓ Сложение, умножение, решение, SVD...
  - ✓ Выражений зависящих от данных и неизвестных на сетке.
  - ✓ Невязки для автоматической сборки матрицы Якоби и правой части.
    - ✓ В том числе блочной сборки.
    - ✓ В будущем в том числе сборка Гессиана.



# Модели: Решение систем линейных уравнений

Предоставляются следующие методы для решения получающихся систем линейных уравнений:

- ✓ **Внешние пакеты: SuperLU, Petsc, Trilinos, HYPRE.**
- ✓ **Встроенные методы решения:**
  - ✓ **Предобуславливатели ILU2, ILUC**
  - ✓ **Максимизация произведения на диагонали**
  - ✓ **Определение числа обусловленности L, U факторов.**
  - ✓ **Многоуровневый подход с вычислением Шура**
  - ✓ **Metis\_NodeND, RCM для минимизации заполнения**
  - ✓ **Аддитивный Шварц с произвольным числом перекрытий**
  - ✓ **K3DBILU, FCBILU – Капорин, Коньшин**
- ✓ **Нет блочного формата матриц**



**След матрицы уравнений  
диффузии на 16 процессорах**



# Дискретизация модели



- Платформа определяет только набор правил для оформления операторов.
- Позволяет автоматически формировать матрицу вариации для нелинейных систем.
- В перспективе позволит получать Гессинан и использовать различные нелинейные солвера.







# Модели: проблемы



Существуют следующие идеи и проблемы:

- ✓ **взаимозаменяемость моделей:**
  - ✓ **Медицинские задачи в капиллярах: концентрации переносятся по скоростям Дарси вместо Н-С**
  - ✓ **Течение нефтяной смеси в трубе или танкере: насыщенности переносятся по скоростям Н-С вместо Дарси**
  - ✓ **Расчет механики пористой среды с трещинами – похожая задача - хирургическое разрезание тканей**
- ✓ **ведутся работы чтобы обеспечить взаимозаменяемость.**

**Потоки:**

$$q = -n^T K \nabla p$$

$$q = n^T (\lambda(C)u - \beta(C)K \nabla C)$$

$$t = -E: \frac{\nabla u + \nabla u^T}{2} n$$

$$F = \rho u u^T n - \mu \nabla u n + p n$$

$$e = \mu n \times E, e = \mu n \times \nabla E$$



# Модели: проблемы



Существуют следующие идеи и проблемы:

- ✓ **Расщепление по смыслу:**
  - ✓ **Процесс – состоит из моделей; заведует всеми неизвестными, невязкой, решением системы.**
  - ✓ **Модель – соответствует ур-ию; вводит неизвестные для процесса, определяет операторы действующие на неизвестные, определяет правую часть и взаимодействие**
  - ✓ **Операторы – пространственная и временная дискретизация.**

**Потоки:**

$$q = -n^T K \nabla p$$

$$q = n^T (\lambda(C)u - \beta(C)K \nabla C)$$

$$t = -E: \frac{\nabla u + \nabla u^T}{2} n$$

$$F = \rho u u^T n - \mu \nabla u n + p n$$

$$e = \mu n \times E, e = \mu n \times \nabla E$$



# Кто пользуется?



- Встроен в Стэнфордском университете в AD-GPRS использовалась для компаний:
  - Total
  - Chevron
  - Ar2Tech
  - Halliburton
  - Inpex
  - Fraunhofer SCAI
- В ГеРа в ИБРАЭ.
- В ExxonMobil при сотрудничестве с ИВМ
- Денис Восков – TU Delft
- Ахмад Абушаика – Qatar university
- Кристина Майер – Heriot-Watt
- Запросы с [git.ppmd.siemens.net](http://git.ppmd.siemens.net)...





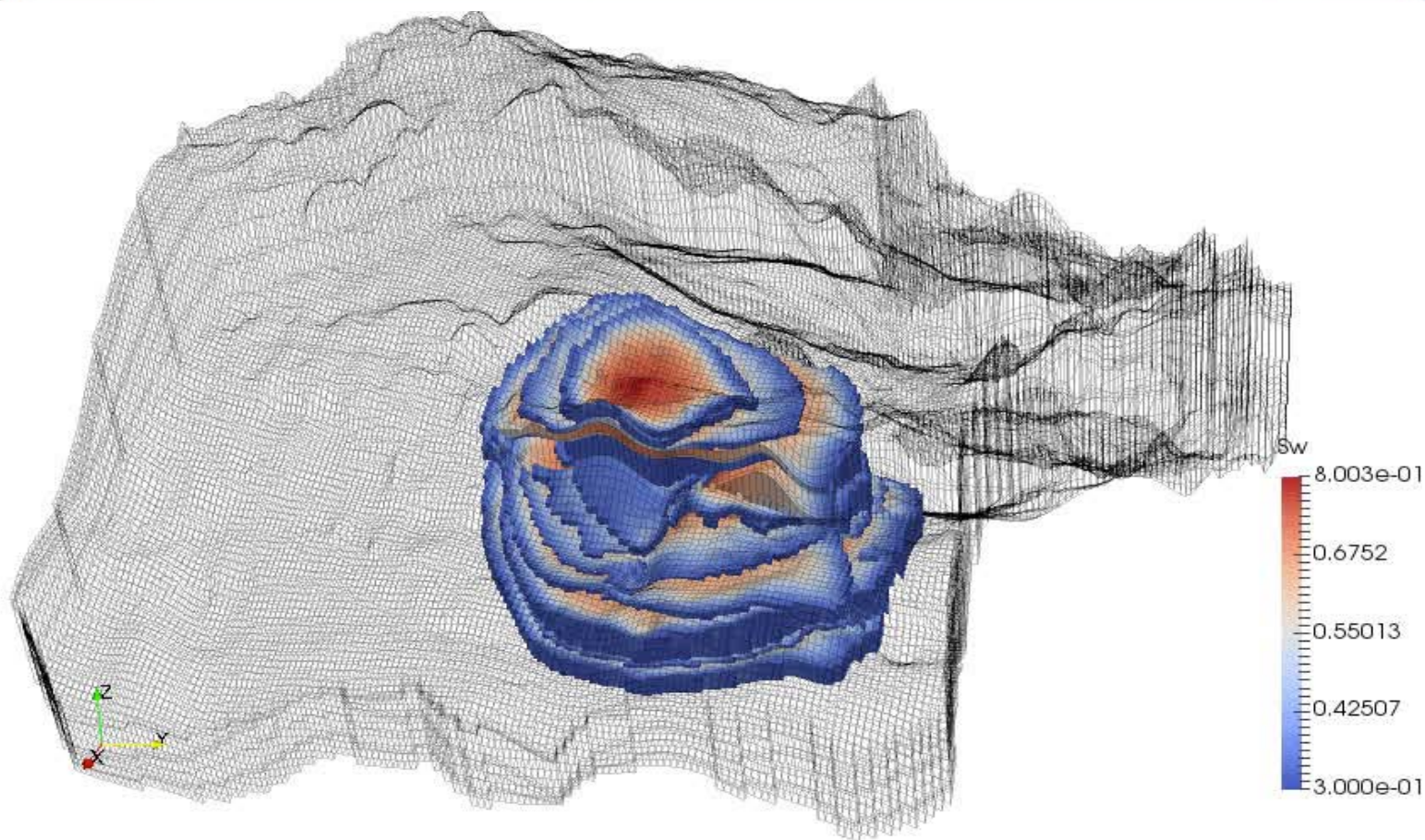
# AD-GPRS



- AD-GPRS – General Purpose Research Simulator сложный код:
  - Фильтрация для систем нефть-вода, нефть-вода-газ, композиционные смеси.
  - Термическая задача.
  - Механика среды.
  - Фазовые переходы.
- Применение INMOST:
  - Работа с сложными сетками с выклиниваниями и трещинами.
  - Построение классических, монотонных и удовлетворяющих принципу максимума дискретизаций для уравнений фильтрации:
    - MPFA-O/L/G, NTPFA-A/B/AB/C, NMPFA-A/B/AB
    - Дискретизация для фильтрации в трещинах
    - Данные для механики с учетом трещин



# AD-GPRS



**Изо-объем насыщенности воды**

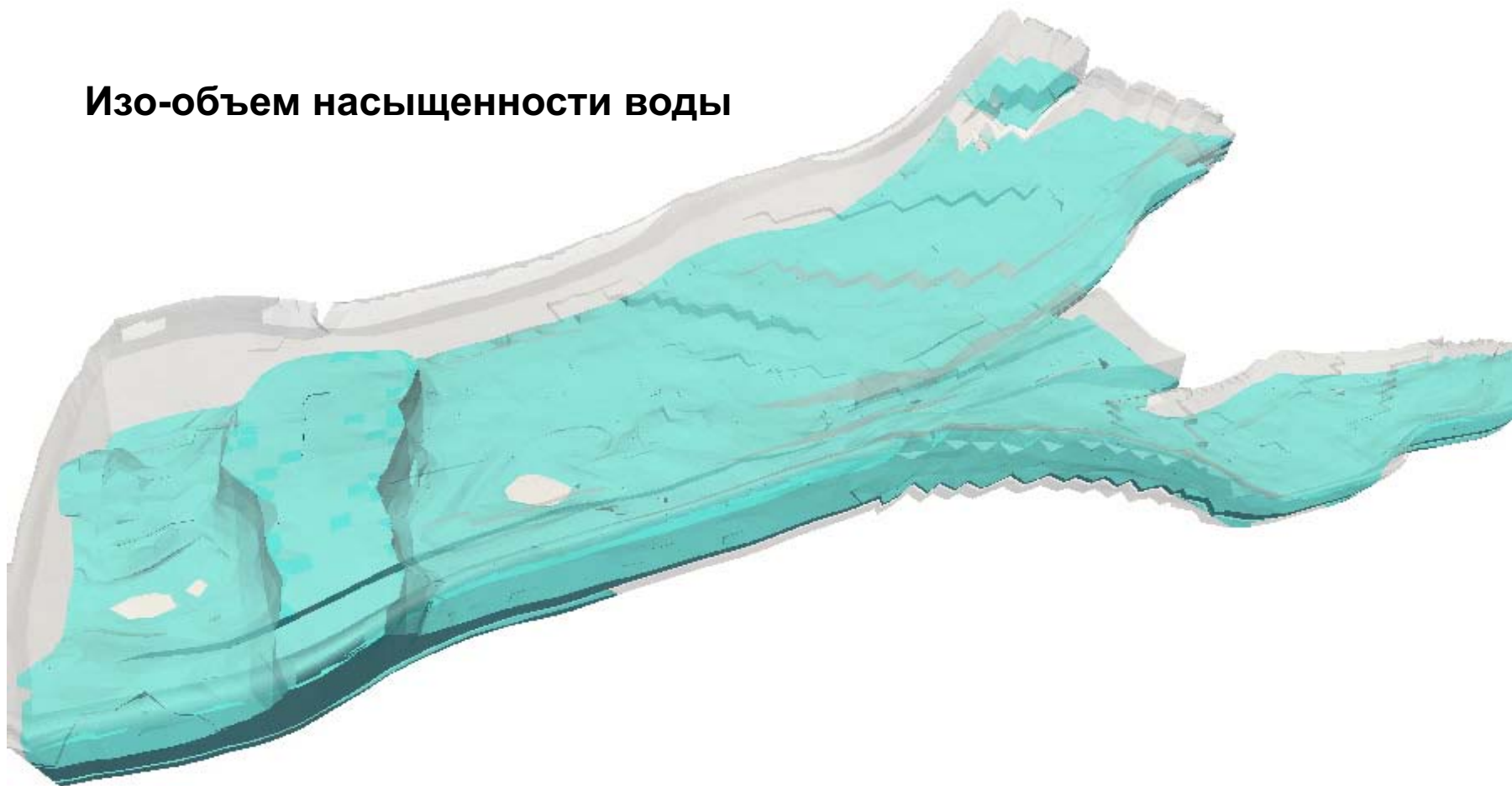
**Трехфазное заводнение, слоистая область с выклиниваниями**



# AD-GPRS



**Изо-объем насыщенности воды**

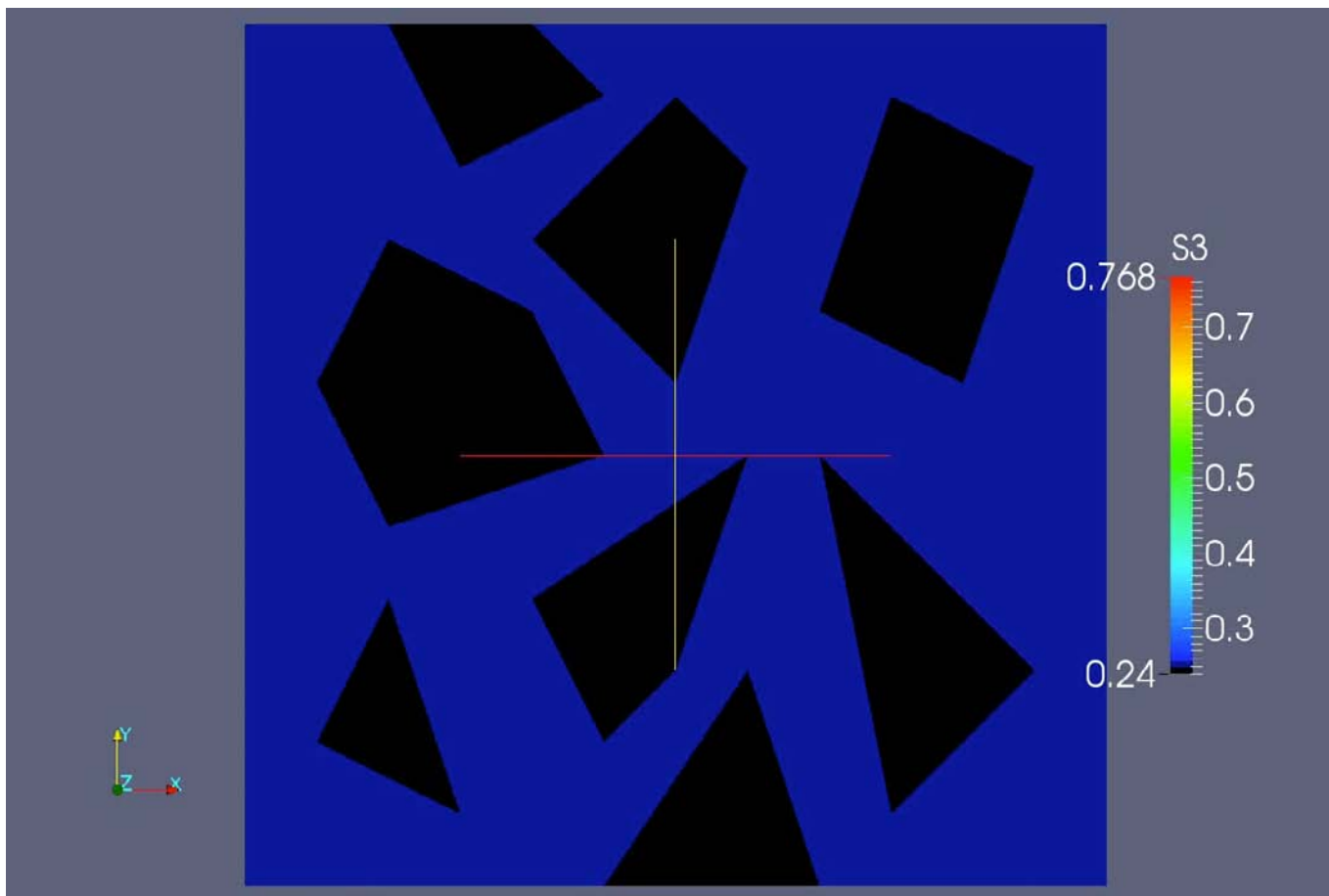


**Трехфазное заводнение, образование Норна**





# AD-GPRS

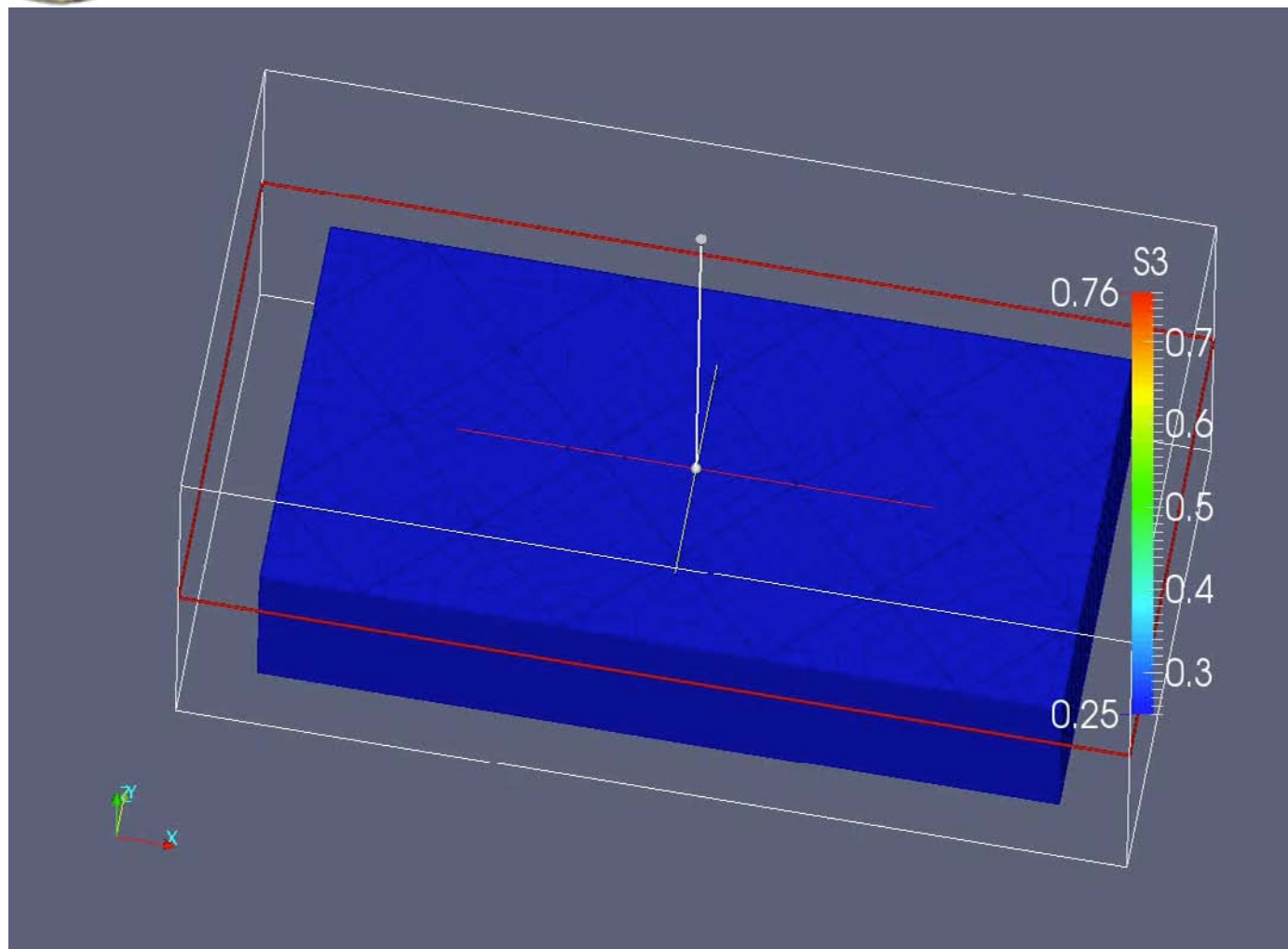


**Насыщенность  
воды**

**Трехфазное заводнение, закручивающий тензор проницаемости**



# AD-GPRS

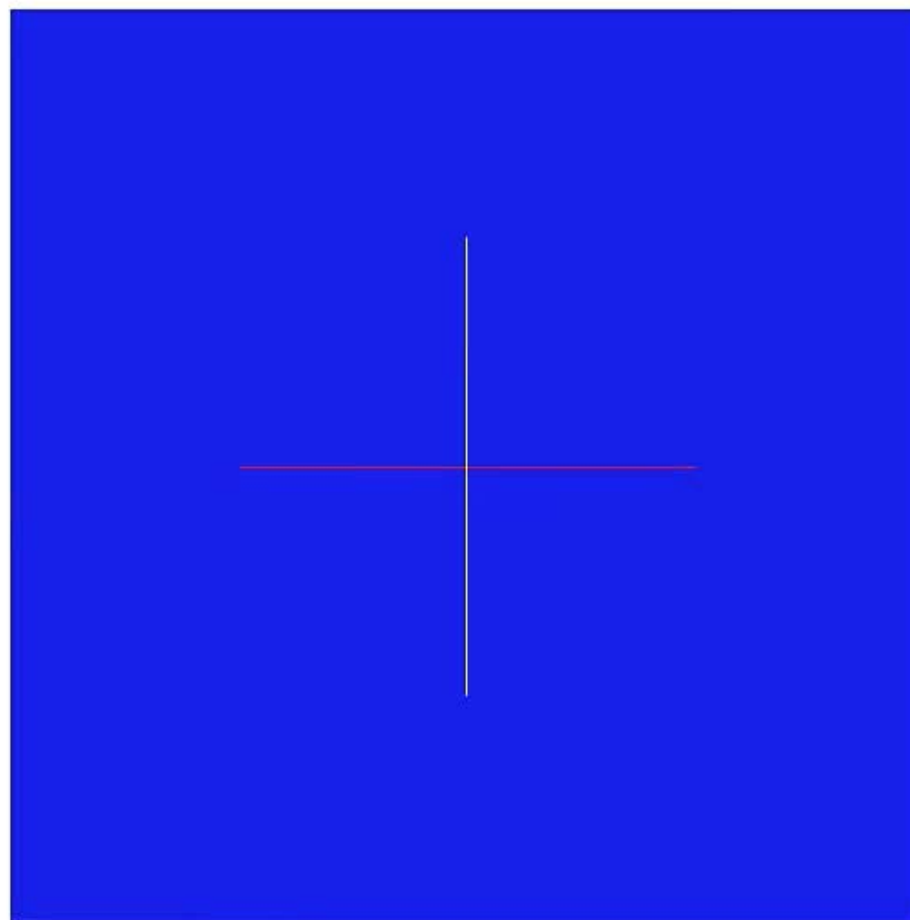


**Насыщенность  
ВОДЫ**

**Заводнение модели с трещинами, сетка от Тимура Гарипова, Стэнфорд**



# AD-GPRS



**Насыщенность  
воды**

**Загрузка модели с трещинами, сетка от Брэда Мэлиссона, Шеврон**

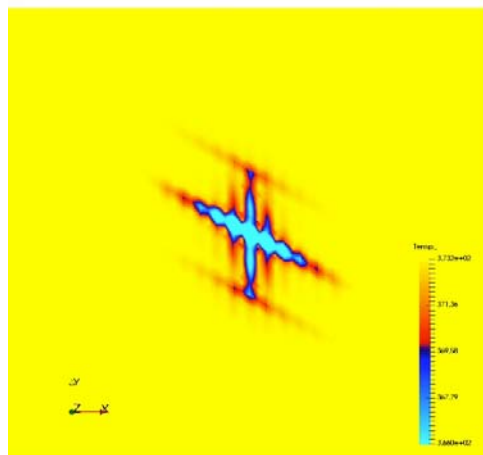




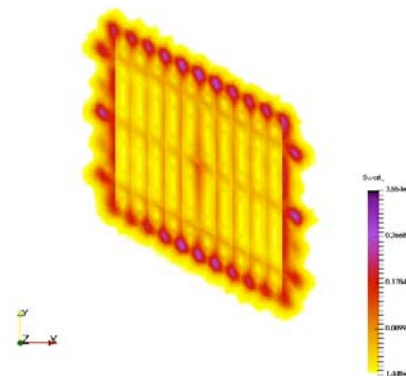
# AD-GPRS



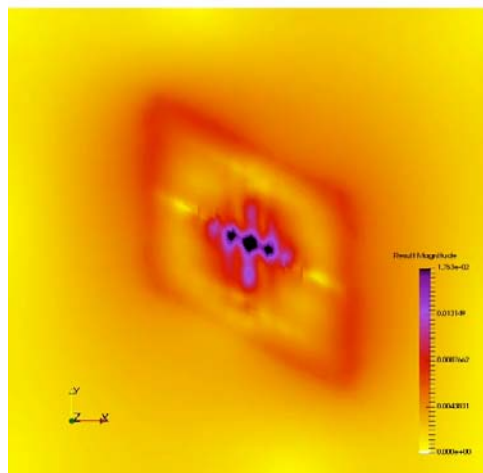
Температура



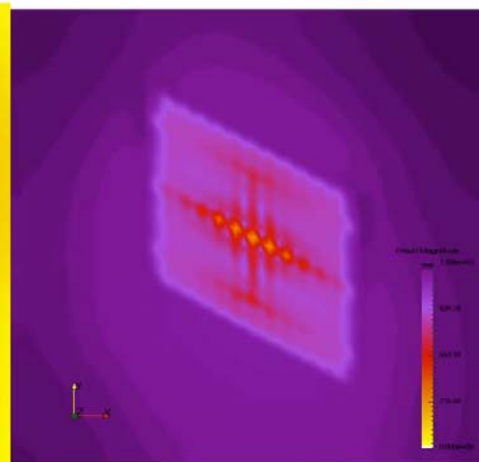
Насыщенность  
ВОДЫ



Модуль  
смещения



Модуль  
стресса



Фильтрация-термика-механика,  
постановка задачи от Тимура Гарипова, Стэнфорд

# Спасибо за внимание!



Контакты: [kirill.terehov@gmail.com](mailto:kirill.terehov@gmail.com)  
[yuri.vassilevsky@gmail.com](mailto:yuri.vassilevsky@gmail.com)  
[igor.konshin@gmail.com](mailto:igor.konshin@gmail.com)

Ссылки: <http://inmost.org>  
<http://floctree.com>