ПРЕДПРИЯТИЕ ГОСКОРПОРАЦИИ "РОСАТОМ"

ФГУП "ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ им. Н.Л.Духова"

Код ТИС для расчета течений многоматериальных сред

Евтушенко Г.И., Захаров П.П., Козырев А.А., Меньшов И.С

ФГУП ВНИИА им.Н.Л. Духова

CFDWeekend-2017

Основные характеристики кода

Модели среды

- Многоматериальные среды в гидродинамическом приближении
- Двухфазные неравновесные среды
- RANS

Типы сеток

- Структурированные декартовы/криволинейные сетки
- Неструктурированные сетки
- ЛАД-сетки (2D)

Численный метод

- Метод конечного объема
- Второй порядок по времени и пространству
- Явная схема
- Неявная схема

Паралеллизм

- одноуровневый MPI
- многоуровневый: MPI + “OpenMPI”

Прочее

- ведение документации - doxygen
- тестирование – покрытие исходных кодов unit-тестами
- разработка в системе управления конфигурациями git

Математическая модель

Течение многоматериальной среды

Многоматериальная среда – это сплошная среда, состоящая из N компонент, каждая из которых:

• занимает свою область в пространстве $\Omega_i(t)$, i = 1, … , N отделена от других компонент контактной границей $\Sigma_i(t) = \partial\Omega_i(t)$

• имеет свои собственные физико-механические свойства и описывается собственным уравнением состояния (УРС)

Актуальность

- Фундаментальные задачи
  - неустойчивости разных типов (РТ, РМ и т.д.)
- Прикладные задачи
  - работа реальных конструкций (проблема инерциального ТС)

Классификация сеточных методов

- Лагранжевы методы
- Эйлеровы методы
  - Методы с отслеживанием контактных границ
  - **<u>Методы сквозного счета контактных границ</u>**
- Произвольные лагранжево-эйлеровы методы

Математическая модель

Модель многофазной равновесной среды*

Система уравнений движения многофазной среды с равновесием по скорости, давлению и температуры:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{f}_3}{\partial z} = 0$$

Вектора консервативных переменных и соответствующих потоков:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ \rho v_3 \\ \rho E \\ \rho\beta_1 \\ \dots \\ \rho\beta_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} \rho v_1 \\ \rho v_1 v_1 + p \\ \rho v_1 v_2 \\ \rho v_1 v_3 \\ v_1(\rho E + p) \\ \rho v_1 \beta_1 \\ \dots \\ \rho v_1 \beta_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} \rho v_2 \\ \rho v_2 v_1 \\ \rho v_2 v_2 + p \\ \rho v_2 v_3 \\ v_2(\rho E + p) \\ \rho v_2 \beta_1 \\ \dots \\ \rho v_2 \beta_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_3 = \begin{pmatrix} \rho v_3 \\ \rho v_3 v_1 \\ \rho v_3 v_2 \\ \rho v_3 v_3 + p \\ v_3(\rho E + p) \\ \rho v_3 \beta_1 \\ \dots \\ \rho v_3 \beta_N \end{pmatrix}$$

$\rho = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \rho_i^o$ – плотность смеси

$\beta_i = \alpha_i \rho_i^o / \rho$ – масс.концентрация

$E = e + \mathbf{v}^2/2$ – уд. полная энергия

УРС смеси

$$e = \sum_{i=1}^{N} \beta_i e_i(p,T), \quad \rho \sum_{i=1}^{N} \frac{\beta_i}{\rho_i^o(p,T)} = 1$$

Распределение массовых концентраций многоматериальной среды

$\beta_i(\mathbf{r}) = 1$, $\beta_j(\mathbf{r}) = 0$, $\forall j \neq i$, $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \Omega_i(t)$, $i = 1, \dots, N$

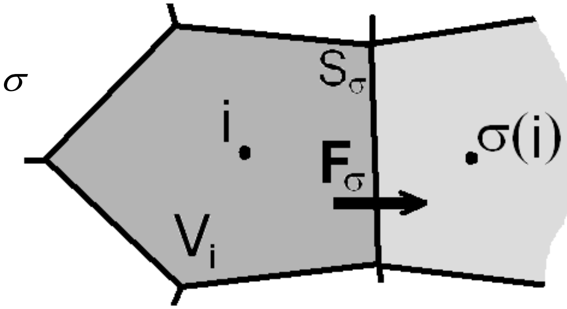
*Nigmatulin RI. *Dynamics of Multiphase Media, vol. 1,2*, Hemisphere: New York, 1990.

Численный метод

Базовый численный метод конечного объема

Пространственно-временная дискретизация:

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \sum_\sigma \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{F}_\sigma S_\sigma$$



Вектор численного потока

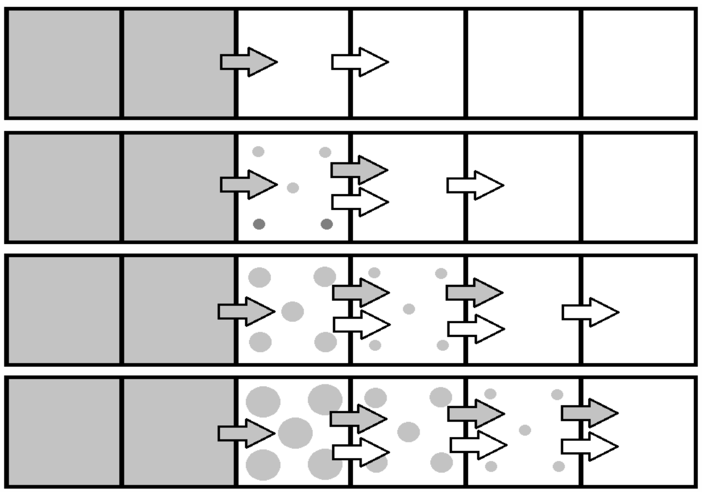
$$\mathbf{F}_\sigma = \mathbf{F}(\mathbf{Q}), \mathbf{Q} = \mathbf{T}\mathbf{q}$$

Метод С.К. Годунова*

$$\mathbf{F}_\sigma = \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{ЗР}),\ \mathbf{Q}^{ЗР} = \mathbf{Q}(\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_{\sigma(i)})$$

Эффект численного размазывания

- *стандартная аппроксимация* - расширение аппроксимации Годунова, Русанова и т.д. на многоматериальный случай
- не учитывается наличие контактной границы в смешанных ячейках
- как следствие - численное размазывание контактных границ
- возможные решения – схемы высокого порядка, антидиффузионные операторы, **учет подсеточной структуры**

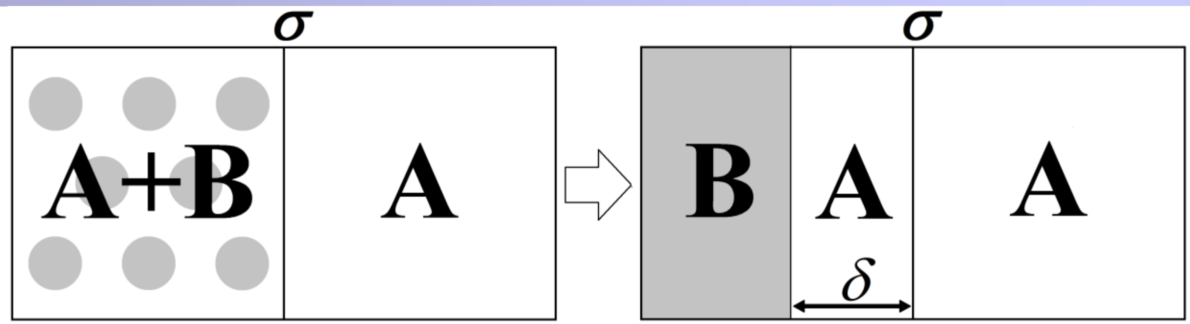


*Godunov SK. A difference scheme for numerical computation of discontinuous solution of hydrodynamic equations. *Math. Sb*. 1959; 47(271) [in Russian]; translation, U.S. Joint Publ. Res. Service, JPRS 7226 (1969).

Численный метод

СЗР-аппроксимация

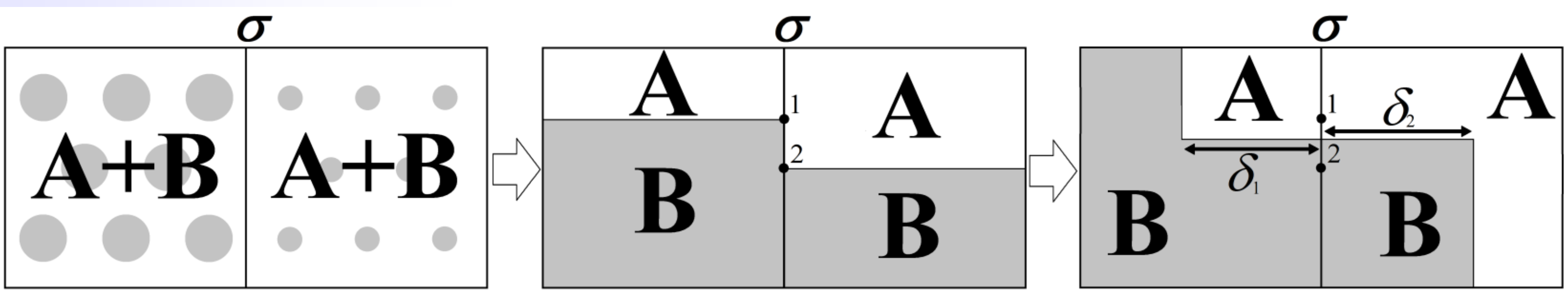
«Чистая-смешанная»



$$\mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{A+B}} \dashrightarrow \mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{B}}, \mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{A}}$$

$$\mathbf{F}_{\sigma} = \mathbf{F}^{\text{СЗР}}\left(\mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{B}}, \mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{A}}, \mathbf{Q}^{(2)}_{\mathrm{A}}, \delta\right),\ \delta = \alpha V / S_{\sigma}$$

«Смешанная-смешанная»



$$\mathbf{F}_{\sigma} = \tilde{\alpha}\mathbf{F}^{\text{СЗР}}\left(\mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{B}}, \mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{A}}, \mathbf{Q}^{(2)}_{\mathrm{A}}, \delta_1\right) - (1-\tilde{\alpha})\mathbf{F}^{\text{СЗР}}\left(\mathbf{Q}^{(2)}_{\mathrm{A}}, \mathbf{Q}^{(2)}_{\mathrm{B}}, \mathbf{Q}^{(1)}_{\mathrm{B}}, \delta_2\right)$$

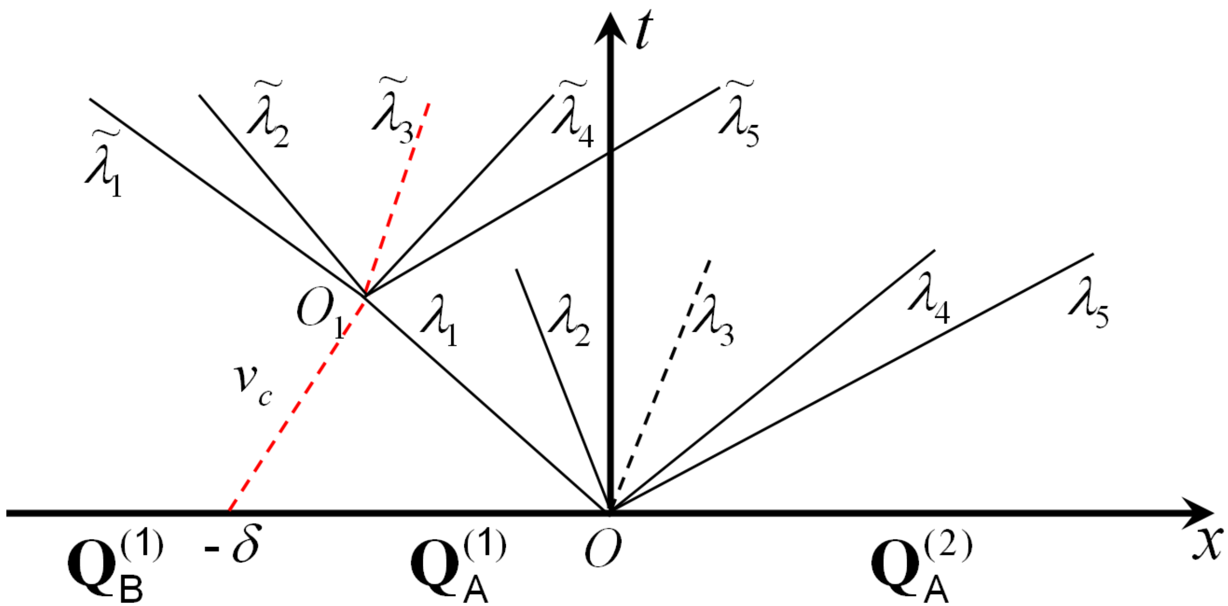
$$\tilde{\alpha} = w\alpha^{(1)}_{\mathrm{A}} + (1-w)\alpha^{(2)}_{\mathrm{A}},\ w \in [0,1]$$

Составная задача Римана (СЗР)

Формулировка

СЗР является задачей Коши для одномерной системы $\mathbf{Q}_t + \mathbf{F}(\mathbf{Q})_x = 0$ с начальными условиями вида:

$$\begin{cases} \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_\mathrm{B}^{(1)},\ x < -\delta \\ \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_\mathrm{A}^{(1)},\ -\delta \le x < 0 \\ \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_\mathrm{A}^{(2)},\ x \ge 0 \end{cases}$$



Некоторые замечания

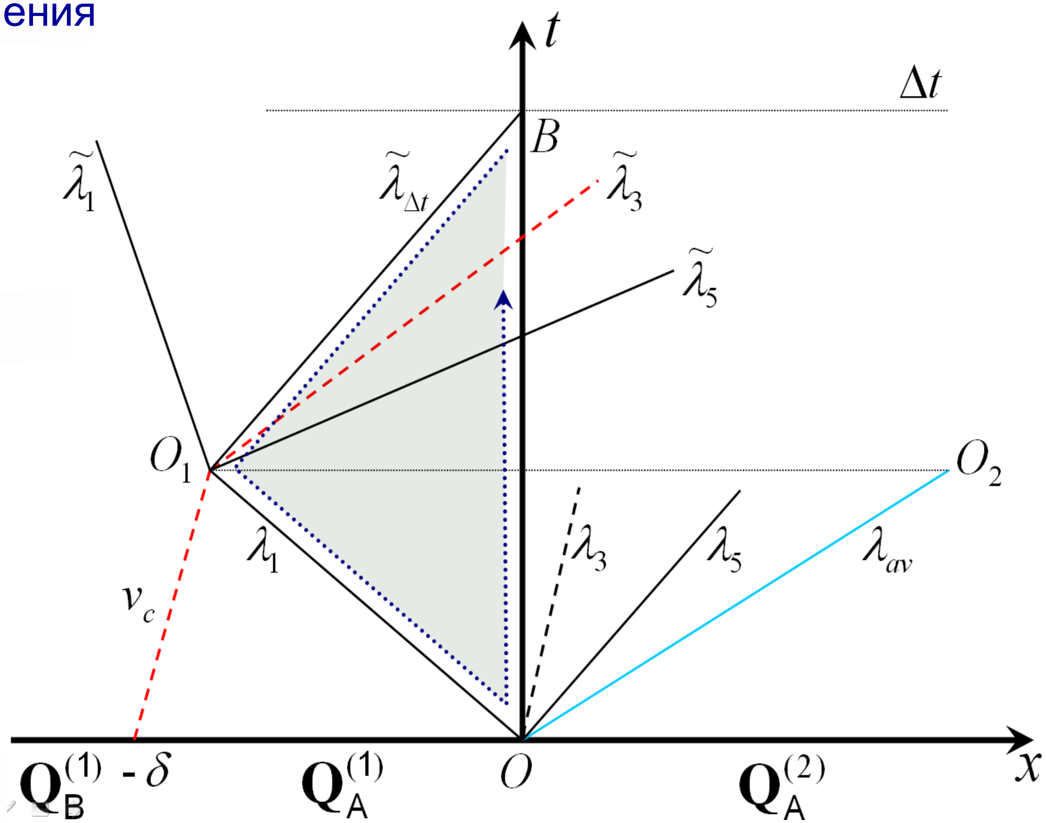
- $x = -\delta$ – контактный разрыв между компонентами A и B
- $x = 0$ – разрыв параметров в компоненте A
- $\mathbf{Q}_\mathrm{A}^{(1)}$ и $\mathbf{Q}_\mathrm{B}^{(1)}$ описывают состояние компонент A и B в смешанной ячейке
- СЗР не является автомодельной в отличие от классической задачи Римана
- искомый поток определяется интегралом $\int \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{\text{СЗР}}(x{=}0,t))dt$ на интервале $[0, \Delta t]$, где $\mathbf{Q}^{\text{СЗР}}(x,t)$ – решение СЗР

Составная задача Римана

Решение для случая $\{\lambda_3 > 0,\ x_{O1} < 0\}$

Интегральная форма законов сохранения

$$\oint (\mathbf{F}(\mathbf{Q})dt - \mathbf{Q}dx) = 0$$



Осреднение

$$\mathbf{Q}_{ocp} = \frac{\int\limits_{O_1O}(\ldots) + \int\limits_{O_1O_2}(\ldots)}{(x_{o_2} - x_{o_1})}$$

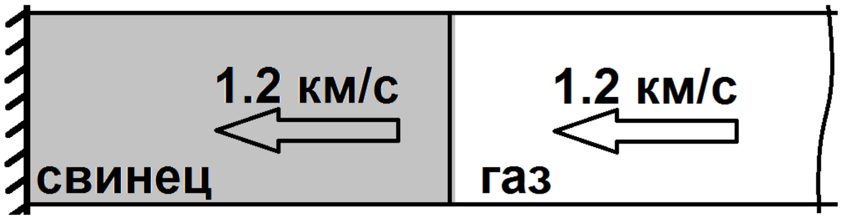
Аппроксимация численного потока

$$\mathbf{F}_\sigma = \frac{1}{\Delta t}\left(-\int\limits_{O_1O}(\ldots)_{ЗР1} - \int\limits_{BO_1}(\ldots)_{ЗР2} + \mathbf{F}_{ocp}\right), \quad \mathbf{F}_{ocp} = \left(\mathbf{Q}_{ocp} - \mathbf{Q}_{ocp}^{(R)}\right)x_{O_2}$$

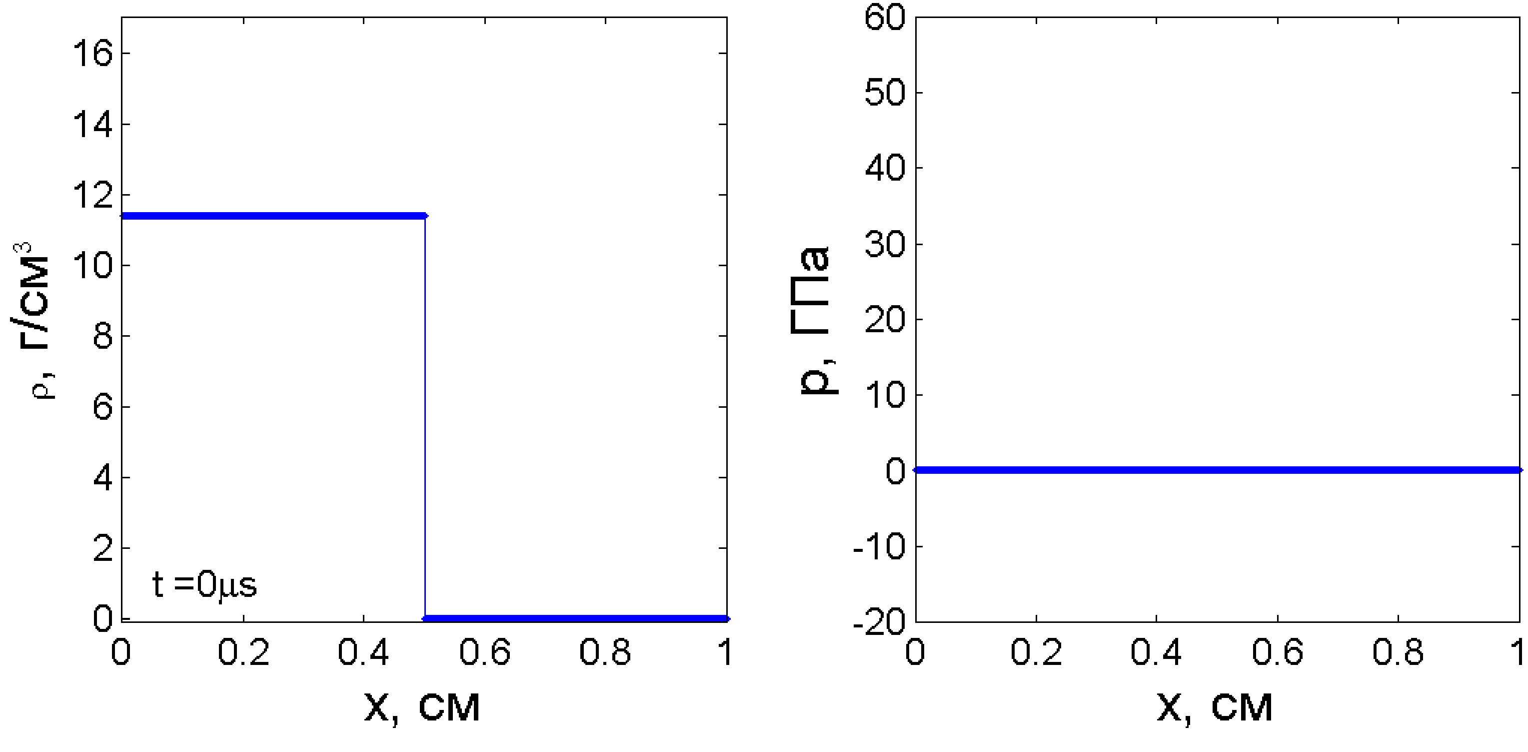
Численные результаты

Задача об ударе слоистой системы

- УРС Ми-Грюнайзена и идеального газа
- L_x = 0.5 см; N_x=1000; CFL = 0.5



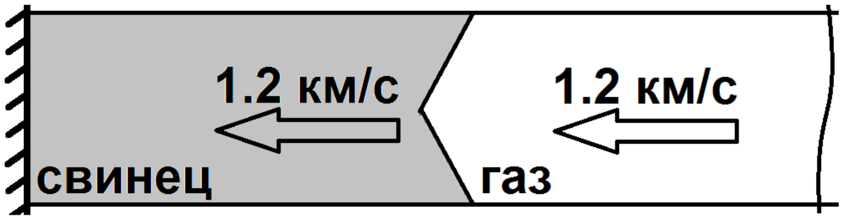
C3P-аппроксимация

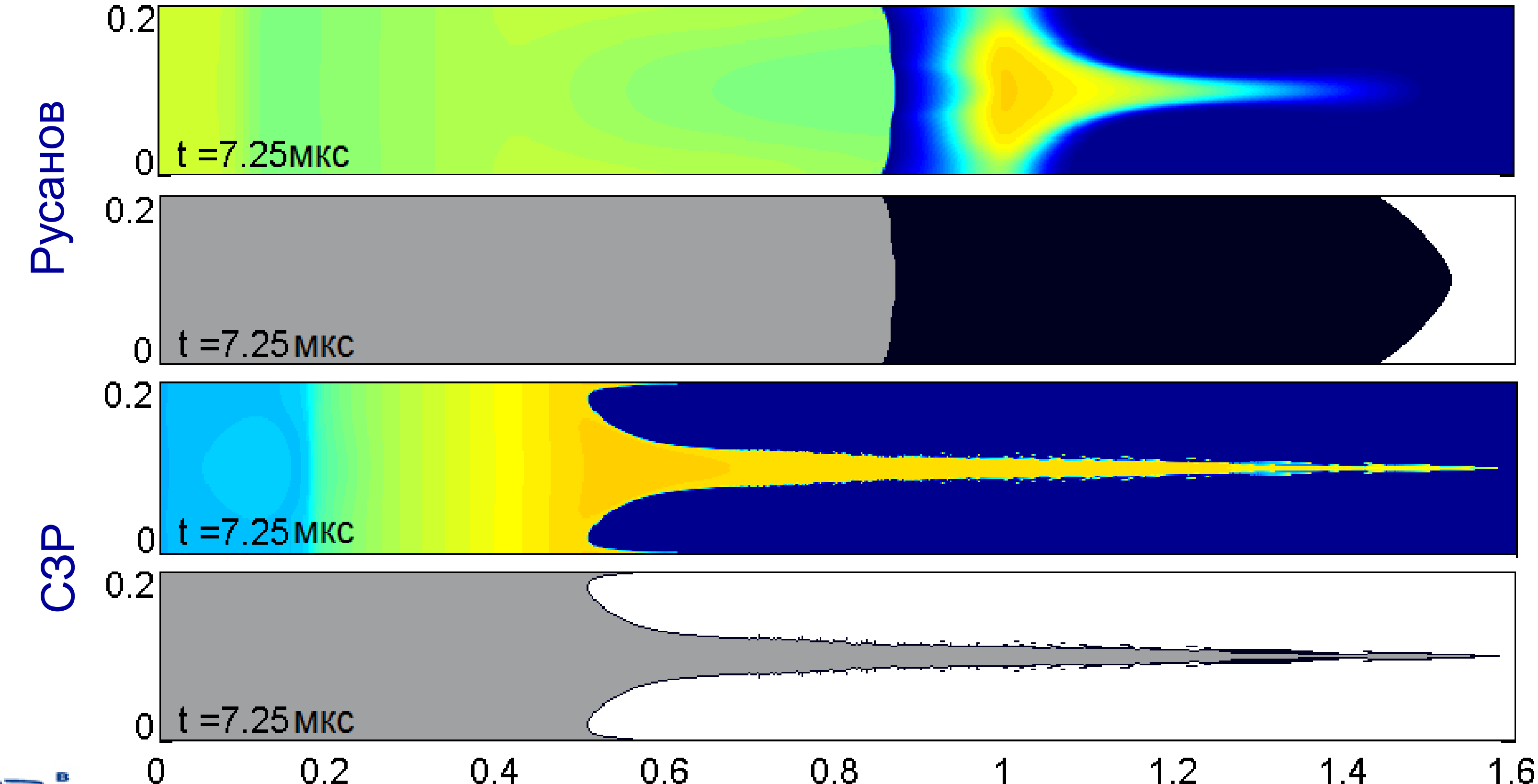


Численные результаты

Задача о пылении

- УРС Ми-Грюнайзена и идеального газа
- $(L_x, L_y) = (1.6, 0.2)$ см
- глубина выемки - 0.35 мм
- слева, снизу, сверху – жесткая стенка
- $(N_x, N_y) = (800, 200)$; CFL = 0.5

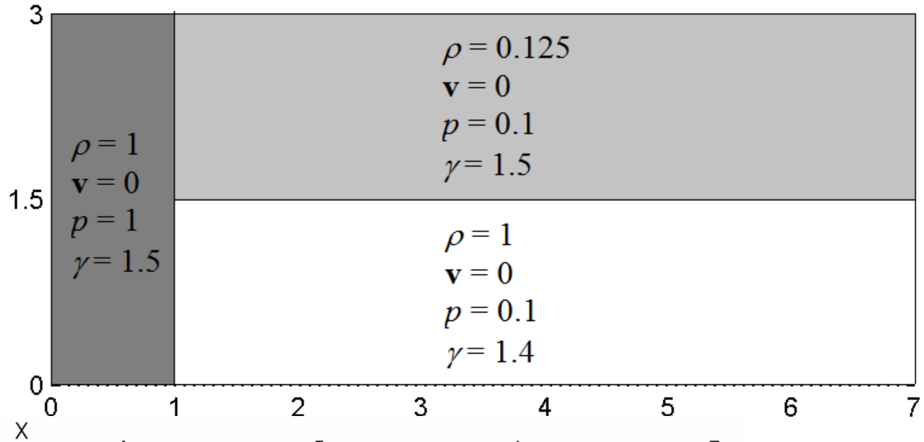


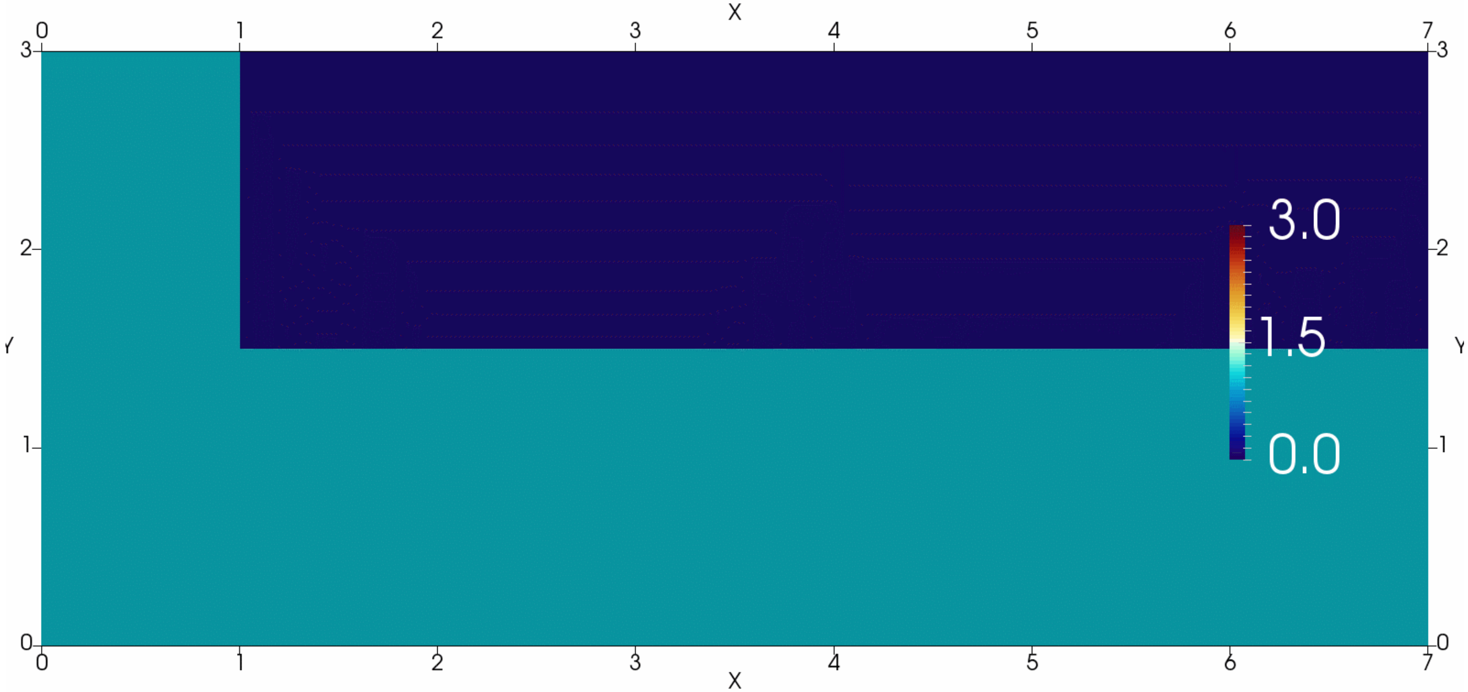


Численные результаты

Задача о тройной контактной точке*

- задача рассматривается как двуматериальная
- $(L_x, L_y) = (7, 3)$
- УРС идеального газа
- все ГУ – жесткая стенка
- $(N_x, N_y) = (4200, 1800)$

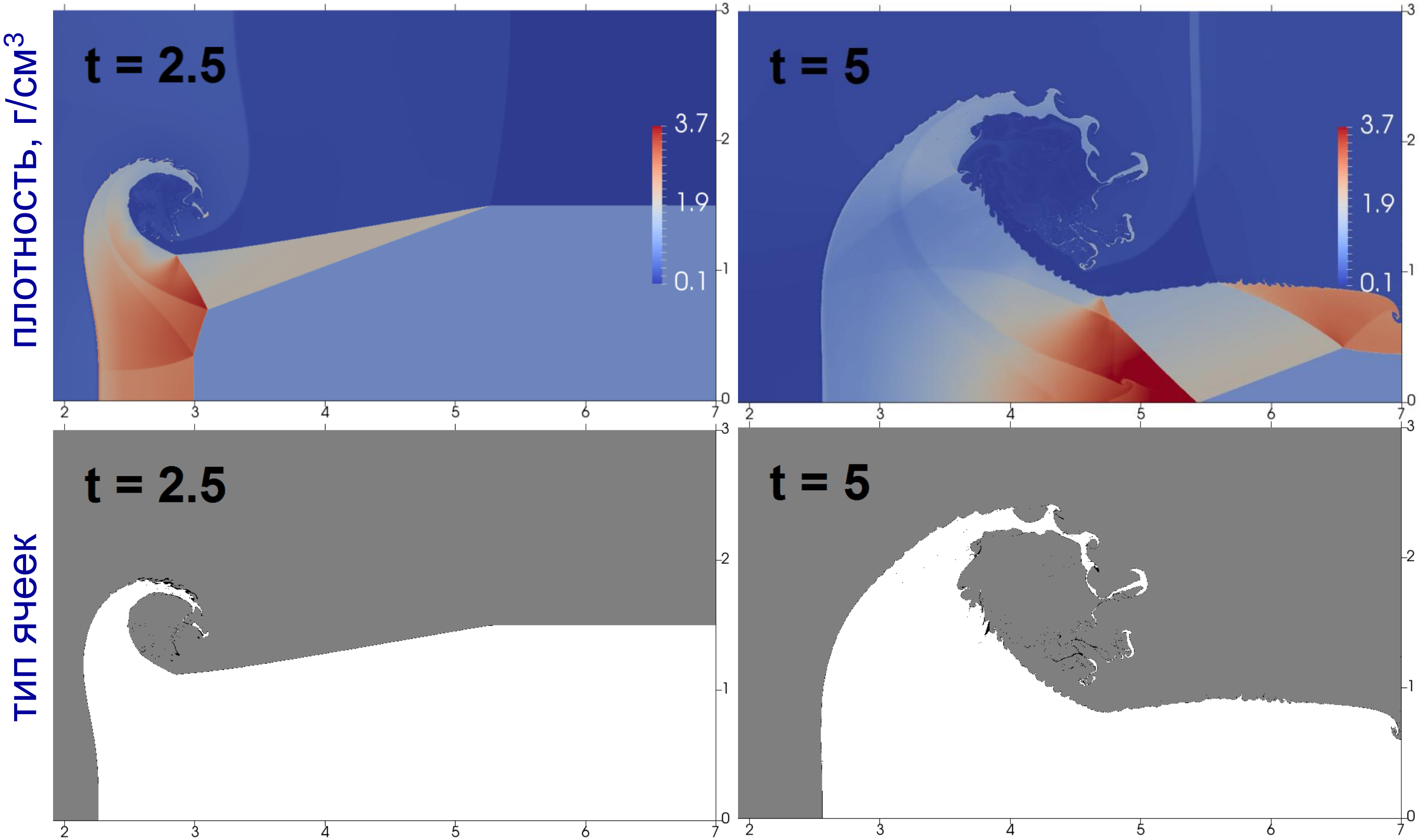




*Kucharik M, Garimella RV, Schofield SP, Shashkov MJ. A comparative study of interface reconstruction methods for multi-material ALE simulations. *Journal of Computational Physics.* 2010; **229(7)**:2432-2452.

Численные результаты

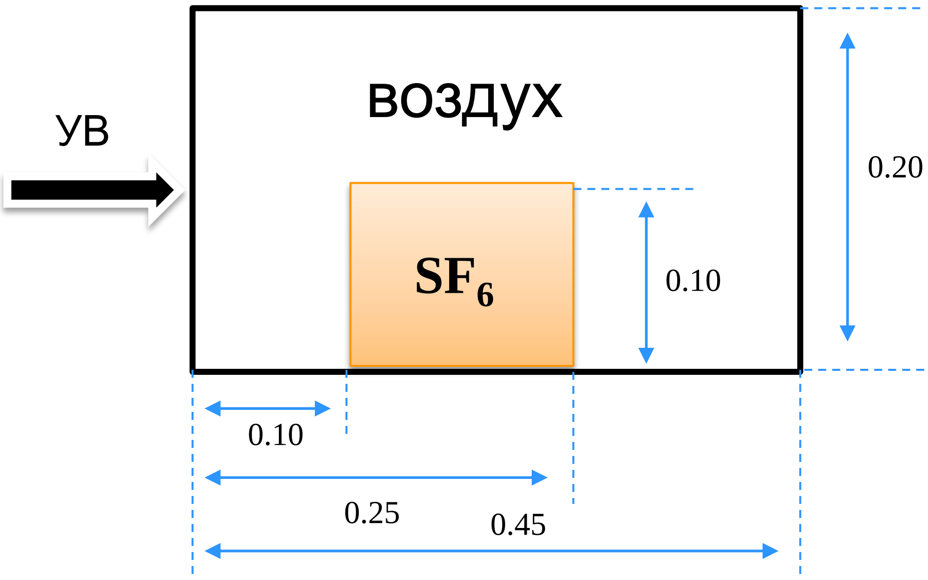
Задача о тройной контактной точке

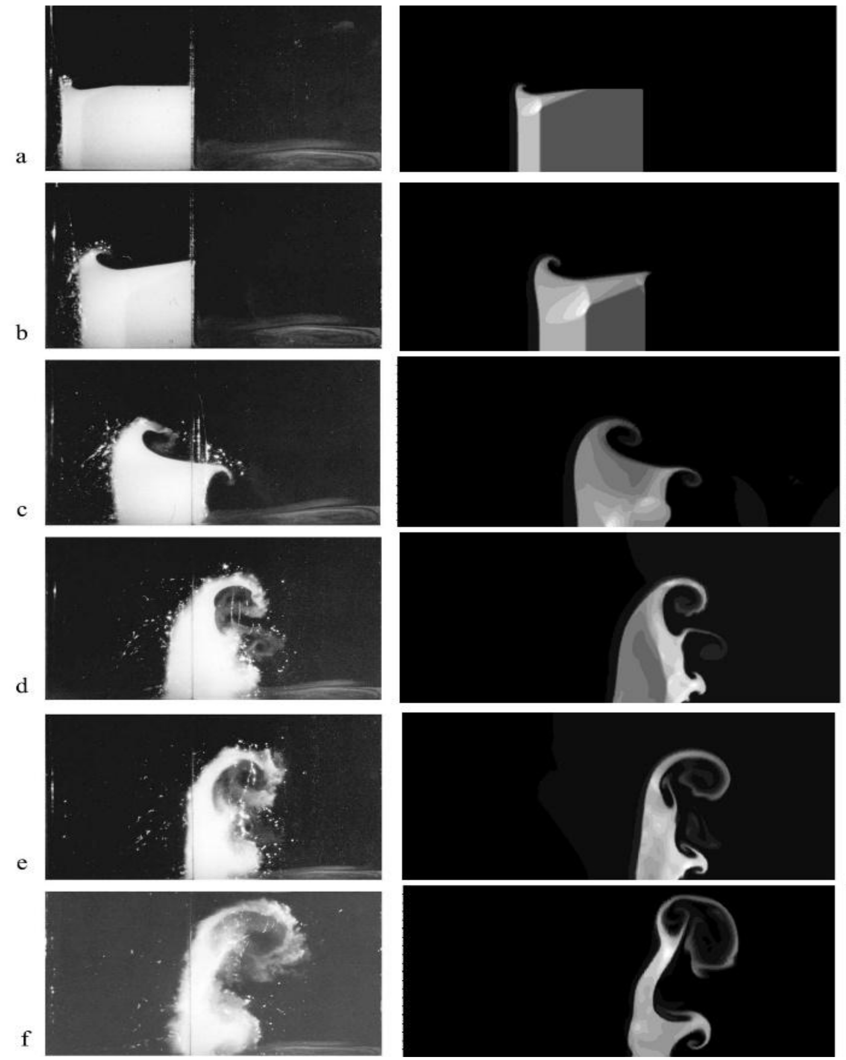


Численные результаты

Задача о прохождении УВ через блок SF6

- УРС идеального газа

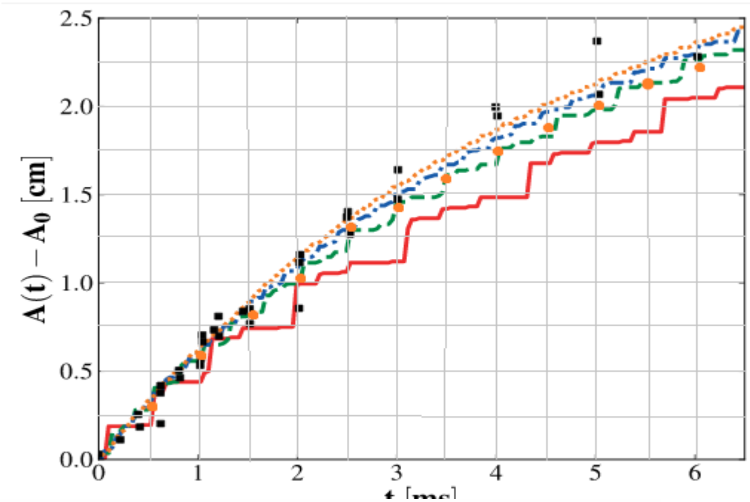


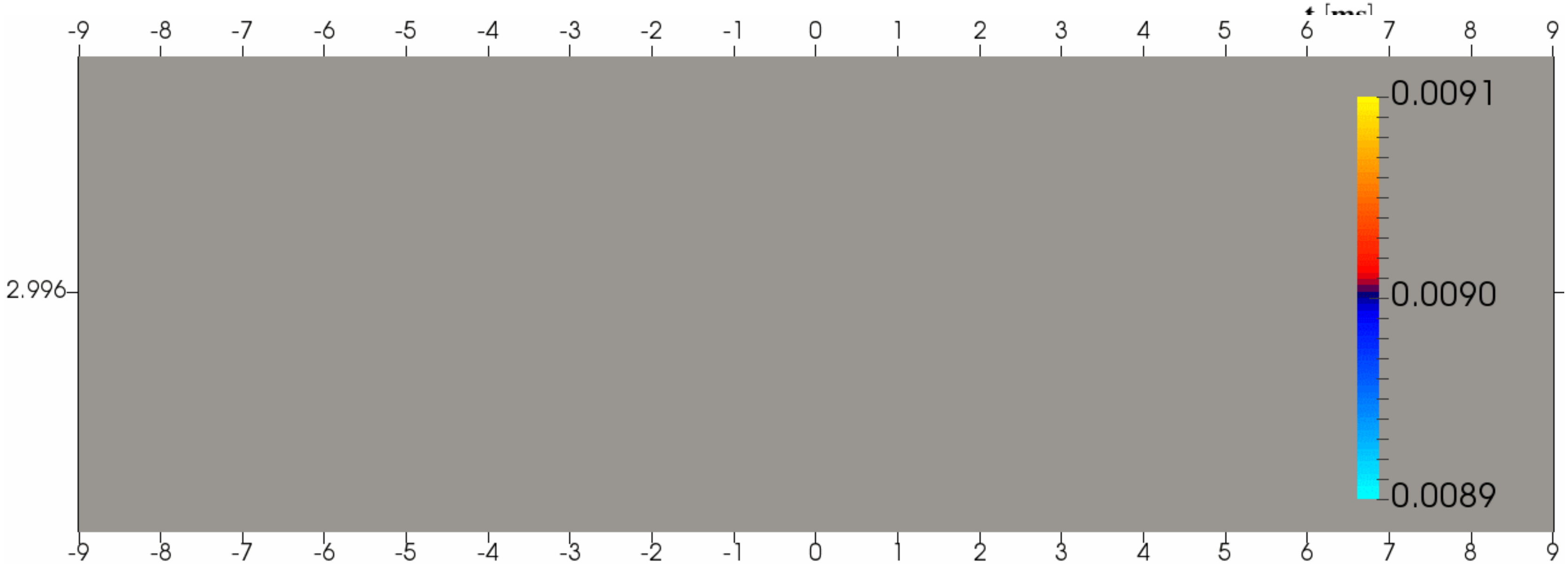


Численные результаты

РМ неустойчивость КГ «ВОЗДУХ-SF6»

- плотности - 1.351 г/см^3 и 5.494 г/см^3
- УРС идеального газа с $\gamma = 1.296$ и $\gamma = 1.093$
- $M_{УВ} = 1.21$; $\lambda = 5.933$ см; $A_0 = 0.183$ см

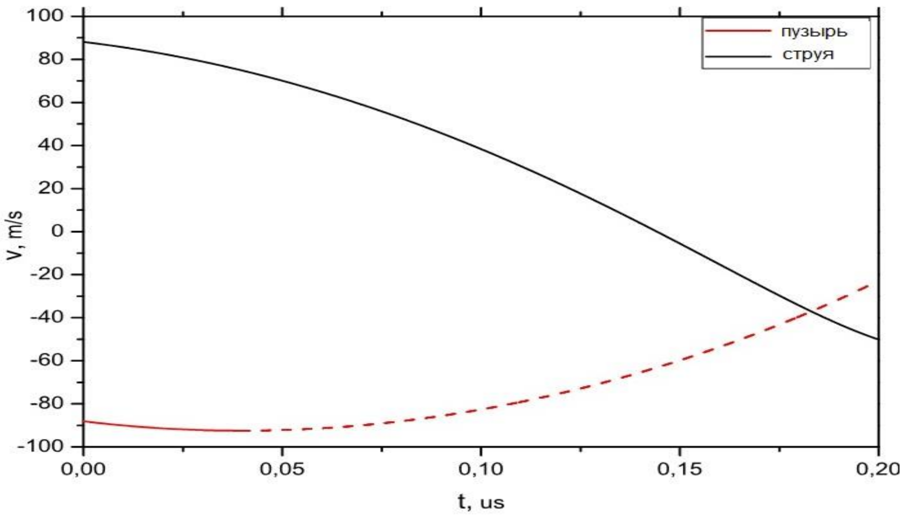


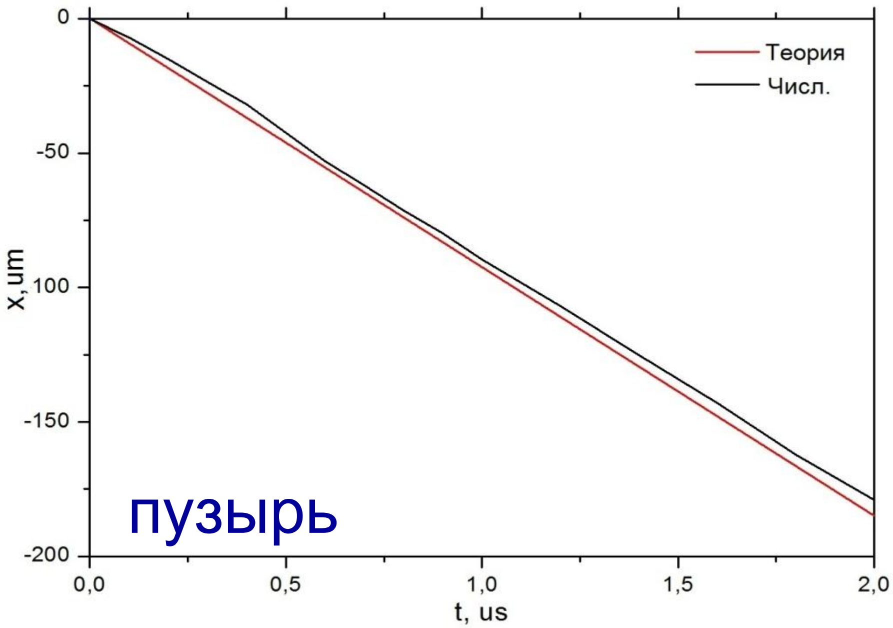


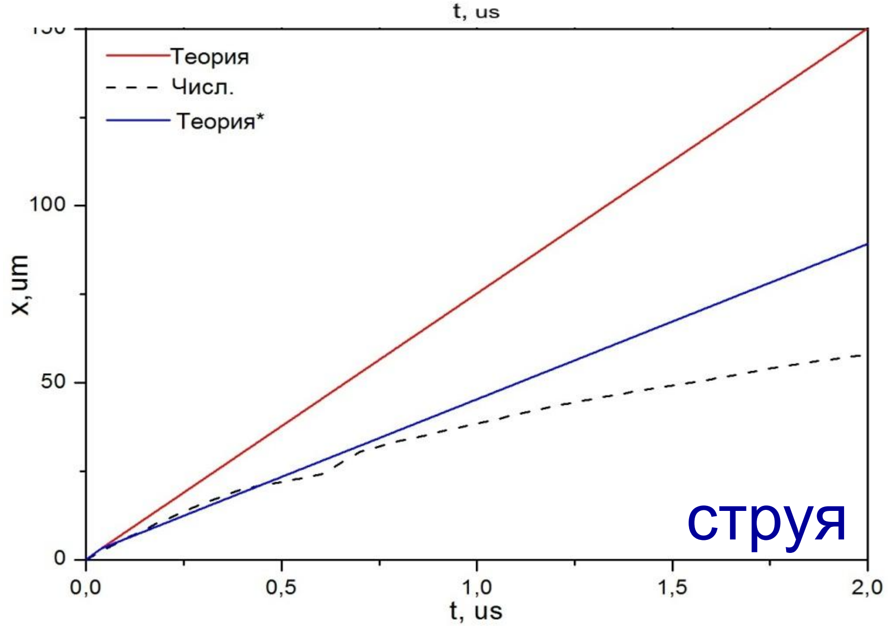
Численные результаты

Неустойчивость КГ “AL-FE”

- скорость плоского соударения – 5 км/с
- КГ плоская; возмущено FE
- $\delta\rho/\rho$ = 5%; λ_x = 1000 мкм; λ_y = 100 мкм
- УРС Ми-Грюнайзена
- периодические ГУ
- теоретический анализ – теория возмущений

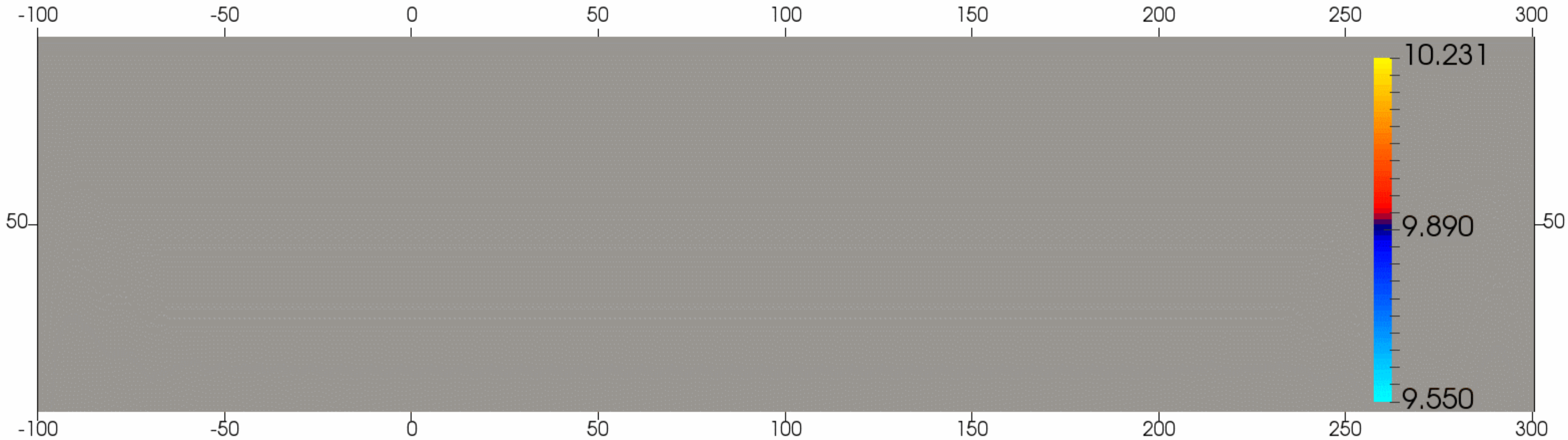


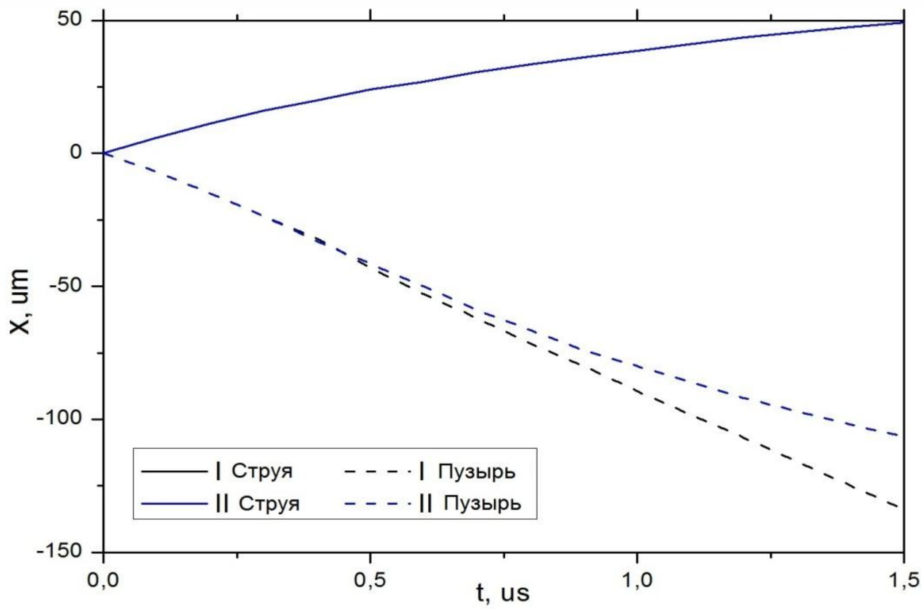




Численные результаты

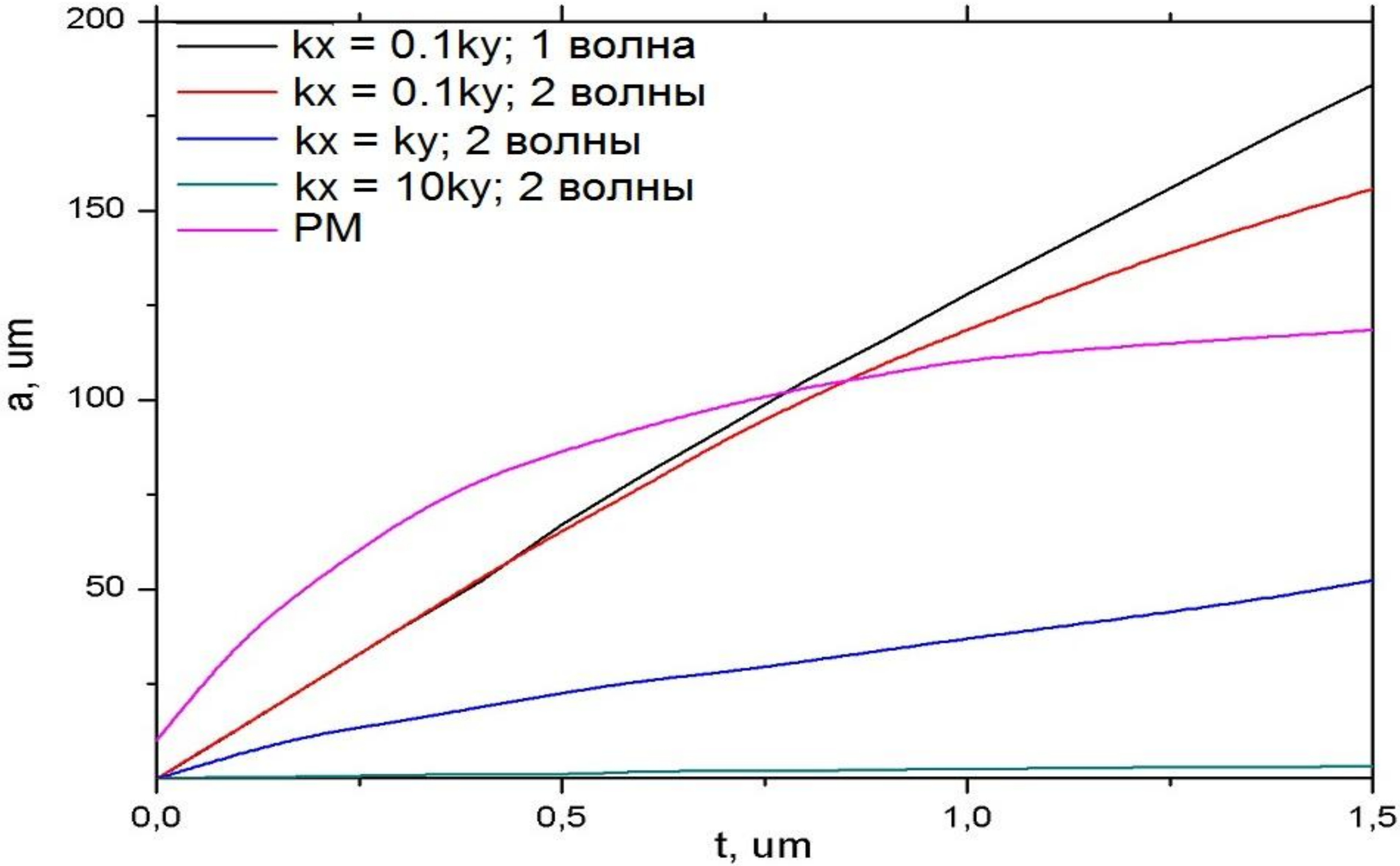
Неустойчивость КГ “AL-FE”





Численные результаты

Неустойчивость КГ “AL-FE”



Ударно-волновой разгон пластины с шероховатостью

Постановка задачи

• однородная железная пластина толщиной 0.2 см

• длина газовой полости – 1.5 см

• пилообразное возмущение верхней КГ с постоянной длиной волны

• длина волны – 30, 100 и 500 мкм

• амплитуда – {5, 20, 10, 7.5} мкм и {1.25, 5, 2.5, 1.875} мкм

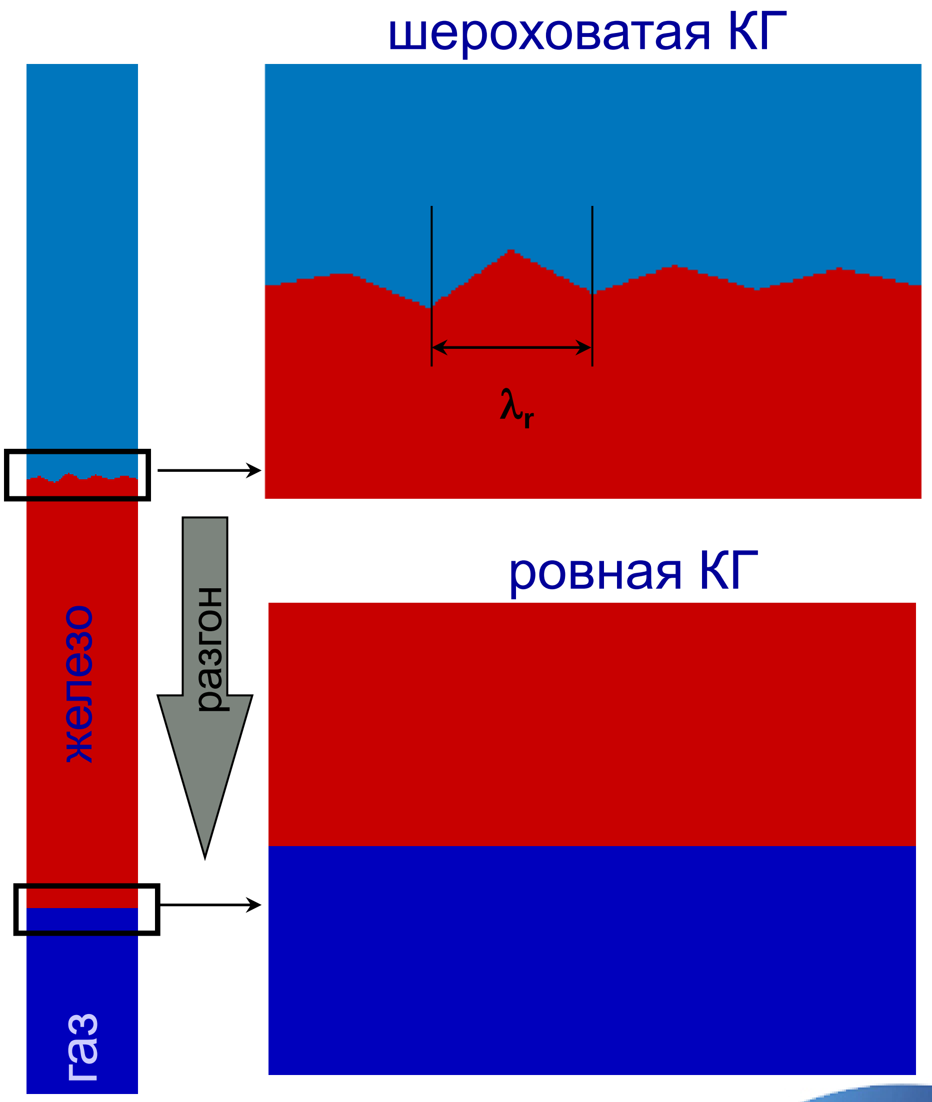
• осесимметричная постановка

• граничные условия

- вверху – заданный поток **f**(t)

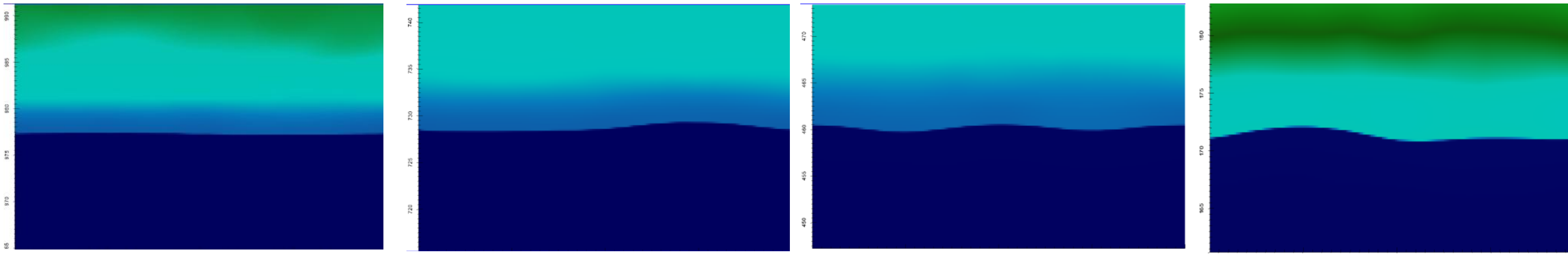
- внизу – жесткая стенка

- слева/справа – периодичность



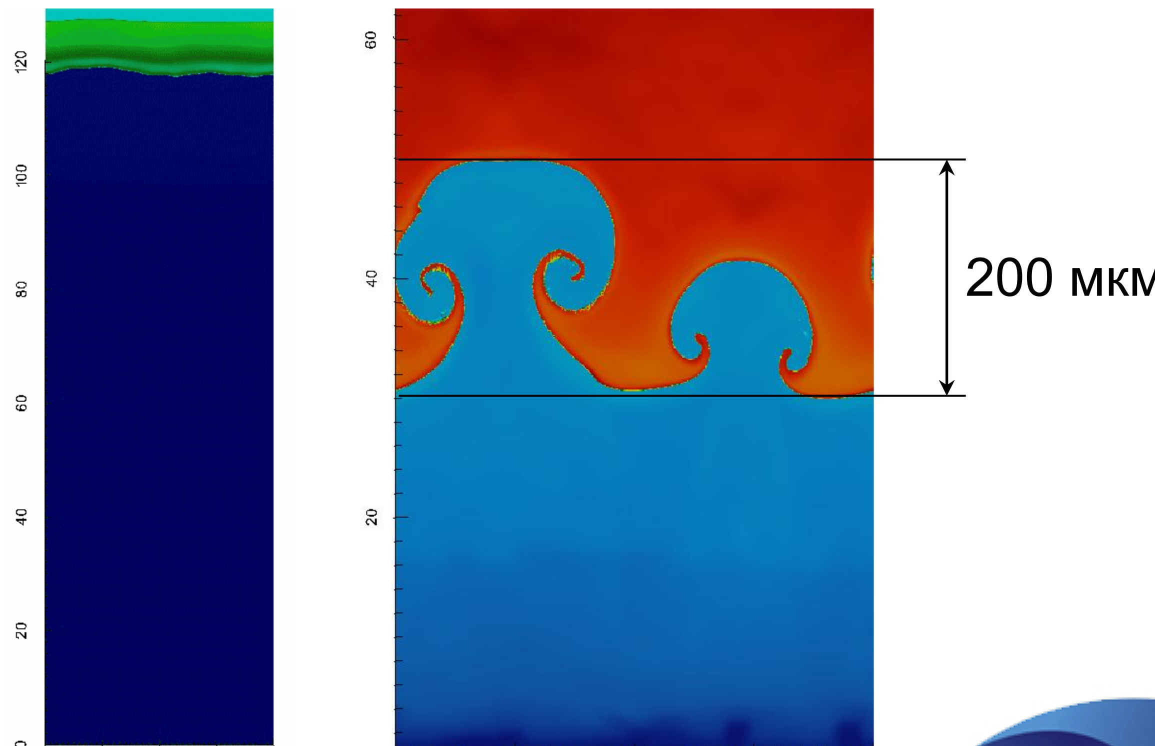
Ударно-волновой разгон пластины с шероховатостью

Деформирование КГ на стадии разгона



Деформирование КГ на стадии торможения

- торможение пластины происходят на серии УВ
- слегка искривленная на стадии разгона КГ сильно деформируется (РТ неустойчивость)

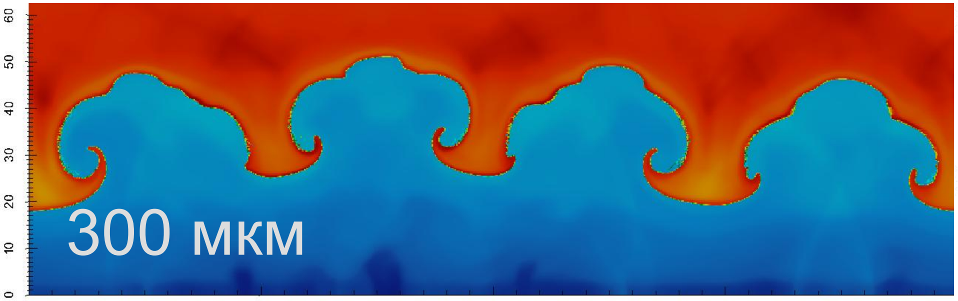


Ударно-волновой разгон пластины с шероховатостью

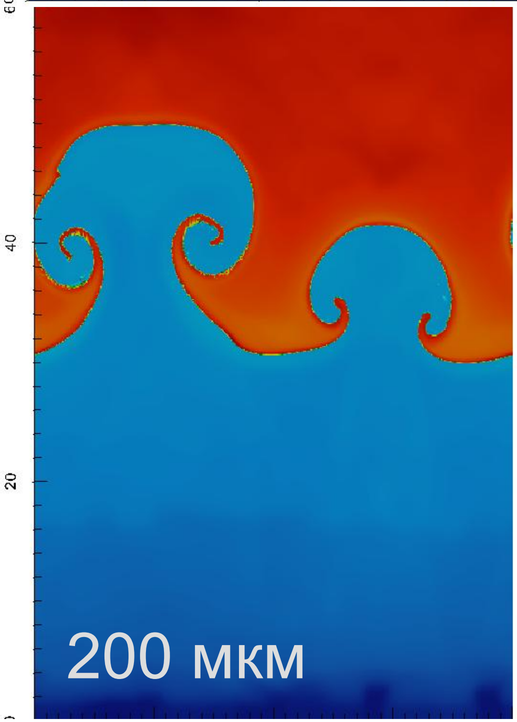
Влияние параметров начальной шероховатости

a = {5, 20, 10, 7.5} мкм

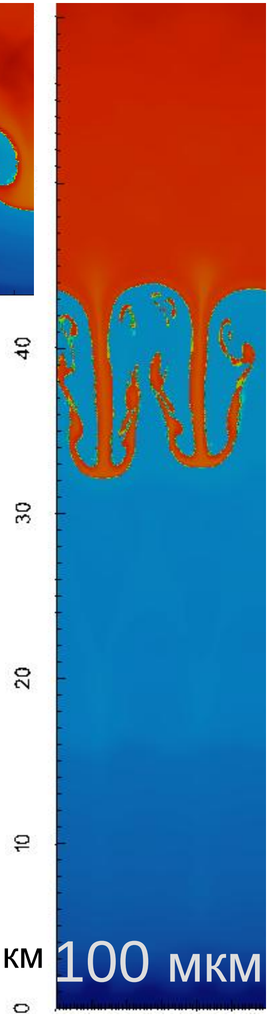
a = {1.25, 5, 2.5, 1.875} мкм;



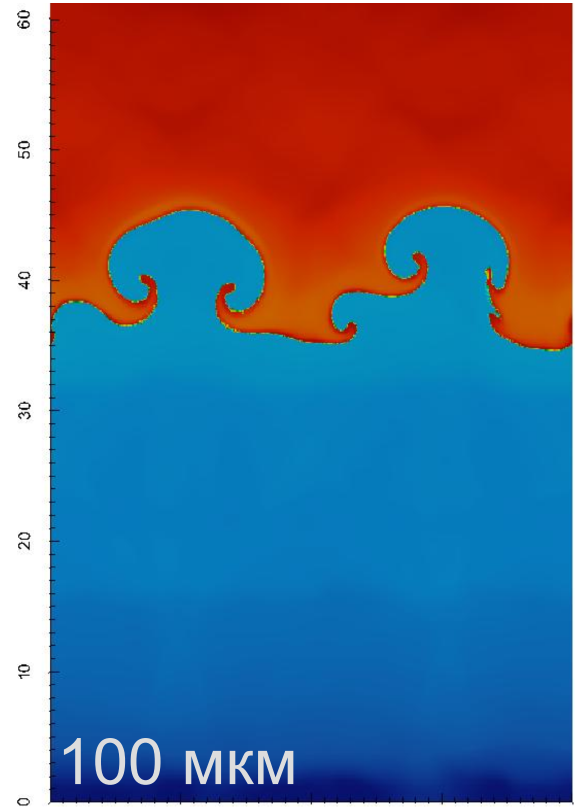
λ_r = 500 мкм



λ_r = 100 мкм



λ_r = 30 мкм



λ_r = 100 мкм