

Программный код SINF/Flag-S – 2016

**Моделирование сопряженного тепломассопереноса
с испарением рабочего тела на поверхности
пористой структуры
с применением многосеточных алгоритмов**

*Д.К.Зайцев, А.А.Пожилов,
Е.М.Смирнов, А.А.Смирновский*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Кафедра “Гидроаэродинамика, горение и теплообмен”

Математическая модель

Уравнения переноса

Жидкие и паровые области

баланс
массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

баланс
импульса

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$

баланс
энергии

$$\frac{\partial (\rho c_v T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c_p T \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T)$$

Твердое тело

баланс
энергии

$$\frac{\partial (\rho c T)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T)$$

Пористая среда

фильтрационное
движение

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \\ \mathbf{V} = -\frac{K}{\mu} \nabla p \end{array} \right. \Rightarrow \nabla \cdot \left(\frac{K}{\mu} \nabla p \right) = 0$$

напр. закон Дарси

баланс
энергии

$$\frac{\partial (\rho c T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l c_l T \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T)$$

$$\lambda = \varepsilon \lambda_l + (1 - \varepsilon) \lambda_s$$

$$\rho c = \varepsilon \rho_l c_l + (1 - \varepsilon) \rho_s c_s$$

K – permeability, ε – porosity

индексы

s – solid l – liquid v – vapor

Математическая модель

Сопряжение областей и граничные условия

Уравнение теплопереноса

сопряжение
без фазового
перехода

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_2, \quad T_2 - T_1 = r \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)$$

испарение-
конденсация

$$T_v = T_{sat}(p_v), \quad T_l = T_v + r(g) \cdot gL$$

$$p_{sat} = p_{sat_ref} \cdot \exp \left(\frac{ML}{R_g} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T_{sat}} \right) \right) \quad \log p_{sat} = A - \frac{B}{C + T_{sat}}$$

по формуле
Клазиуса-Клапейрона

уравнение Антуана

Уравнение движения

граница
жидкость-
пористое тело

$$(V_n)_w = (V_n)_l \quad p_w = p_l$$

$$(V_t)_l = 0$$

граница
пар-
пористое тело

$$g = \frac{1}{L} \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_v - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w \right]$$

$$(\rho V_n)_v = (\rho V_n)_w = g$$

$$(V_t)_v = 0$$

внешние
границы

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -q_e \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

$$T = T_e \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_e)$$

границы
области
течения

$$V|_{\text{вход}} = V_{in} \quad V|_{\text{стенка}} = 0$$

$$p|_{\text{выход}} = p_{out}$$

индексы

l – liquid v – vapor w – wick (porous) e – external

Программный код **SINF/FLAG-S**

(разрабатывается на кафедре «Гидродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ)

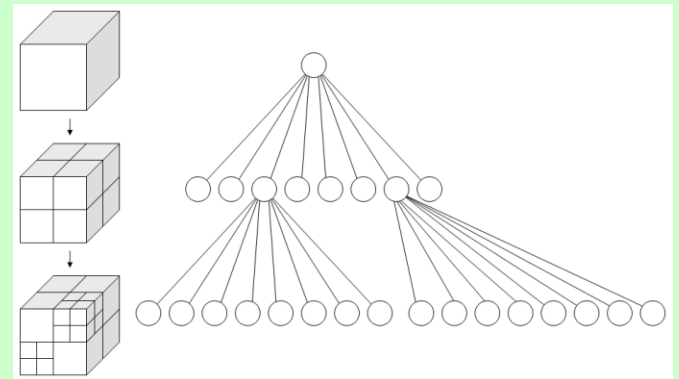
- Аппроксимация уравнений гидродинамики и тепломассопереноса по методу конечных объемов
- Схемы второго порядка аппроксимации по пространству и времени
- Неструктурированные полиэдральные сетки
- Параллельные вычисления (декомпозиция расчетной области, MPI)
- Решение СЛАУ итерационными методами Крыловского типа
- Геометрический многосеточный метод для решения уравнения Пуассона
- Методы решения уравнений для несжимаемой жидкости: SIMPLEC, схема Роджерса-Квака, метод дробных шагов (для нестационарных задач), coupled схема на основе поправки Рхи-Чоу

Геометрический многосеточный метод для решения уравнения Пуассона

- Поправка давления (SIMPLEC, метод дробных шагов)
- Фильтрация в пористой среде
- Теплопроводность в твердых элементах

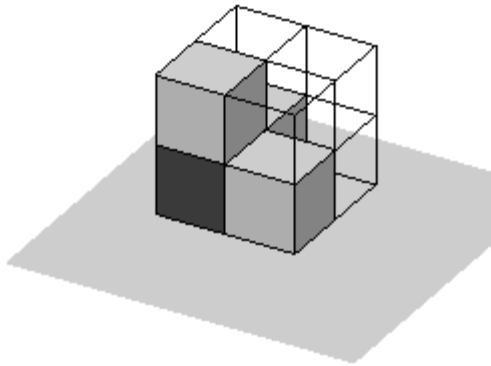
Способы построения сеток для грубых уровней

- **Overset Meshes** (Mavriplis, 1992, 1995b; Peraire et al., 1992; Leclercq, 1990; Morano, Dervieux, 1993)
Полностью независимые расчетных сетки
- **Nested-Mesh Subdivision** (Parthasarathy, Kallinderis, 1994; Braaten, Connell, 1996)
Автоматическое построение мелких сеток на основе начальной грубой сетки
- **Automated Coarse Mesh Construction**
Автоматическое построение грубых сеток на основе исходной мелкой сетки
 - Агломерационный метод - ячейки грубых сеток получают путем объединения исходных ячеек (Lallemand et al., 1992; Smith, 1990; Venkatakrishnan, Mavriplis, 1995)
- **Локальные алгоритмы агломерации**
Агломераты формируются по очереди, используя связи между элементами сетки и критерии качества получаемых агломератов (Patel, 2003; Nishikawa et al., 2010)
- **Глобальные алгоритмы агломерации**
Грубая сетка строится сразу вся целиком
 - Решение задачи оптимизации критериев качества получаемой сетки
 - Построение октодеревя (Marmignon et al., 2012)



Исходный алгоритм агломерации

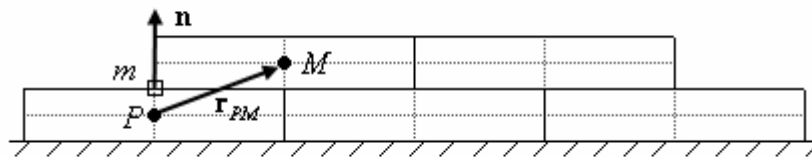
(Patel, 2003)



Критерий качества агломератов

$$AspectRatio = \frac{Surf^{1/2}}{Vol^{1/3}}$$

Темная ячейка – базовая,
серые ячейки – добавленные на 1 шаге алгоритма,
прозрачные – добавленные на 2 шаге алгоритма



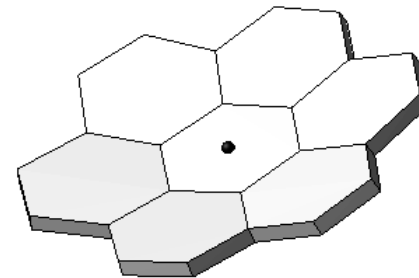
0. Инициализация очереди приграничными ячейками

1. Берем ячейку из очереди, строим базис (+3 ячейки)

2. Добор ячеек (до 8 ячеек)

3. Обновление очереди

4. «Залатка дыр»



Примеры возможной агломерации ячеек

Коэффициент сокращения ячеек ≈ 8

Улучшенный алгоритм агломерации*

- На всех этапах алгоритма предложены **более жесткие правила агломерации ячеек**
 - Улучшено качество получаемых агломератов
 - Повышена устойчивость и скорость сходимости метода
 - Коэффициент сокращения ячеек уменьшился с ≈ 8 до ≈ 6

*Зайцев Д.К., Пожилов А.А., Смирнов Е.М., Смирновский А.А.

Численное моделирование сопряженного тепломассопереноса в испарителе контурной тепловой трубы // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2016): труды международной научной конференции. Архангельск, 28 марта – 1 апреля, 2016. С. 512–520.

Итоговый многосеточный алгоритм

- Построение грубых сеток с применением улучшенного алгоритма агломерации ячеек

- Автоматическое построение грубых сеток вплоть до 1 ячейки на блок

- Построение матричного линейного оператора на грубых сетках:
Метод суммирования уравнений (Additive Correction Method - ACM)

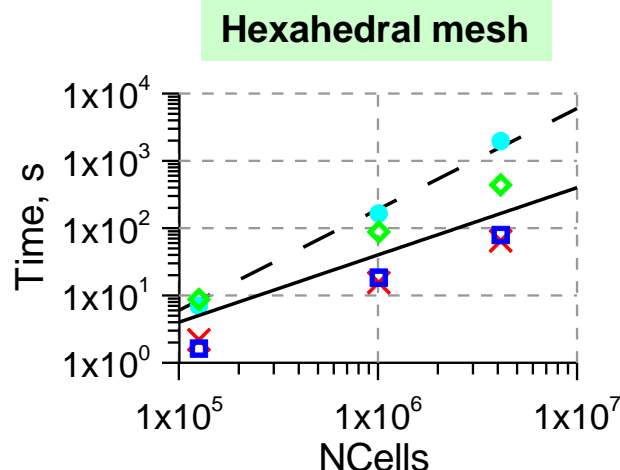
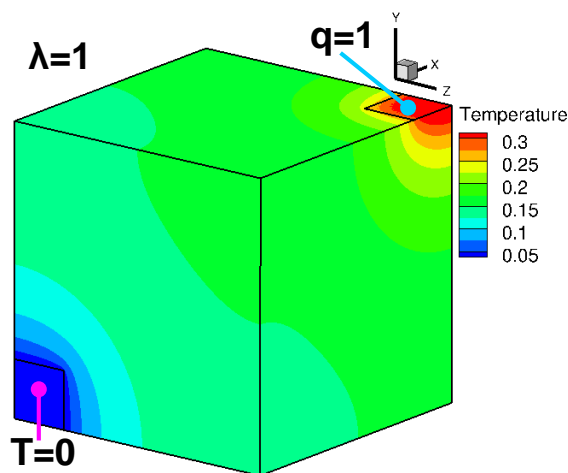
С локальным
масштабированием
коэффициентов матрицы

$$a_{I,J} = \frac{dist_{fine}}{dist_{coarse}} a_{I,J}^{ACM}$$

- Базовый солвер:
Метод Гаусса-Зейделя (Symmetric-Gauss-Seidel – SGS)

- Предпочтительный тип цикла:
W-цикл с фиксированным числом итераций

Тестирование многосеточного алгоритма (1)

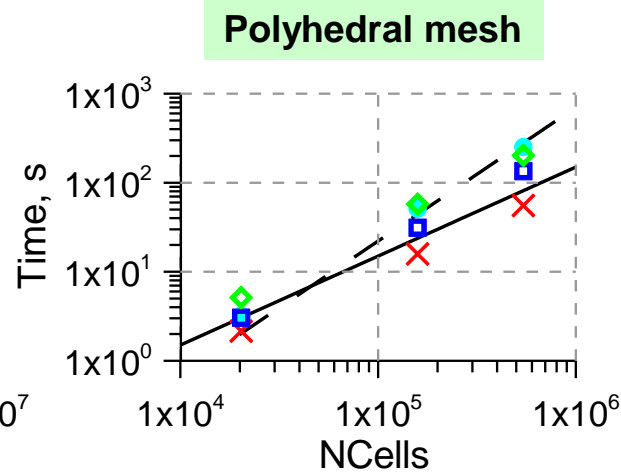
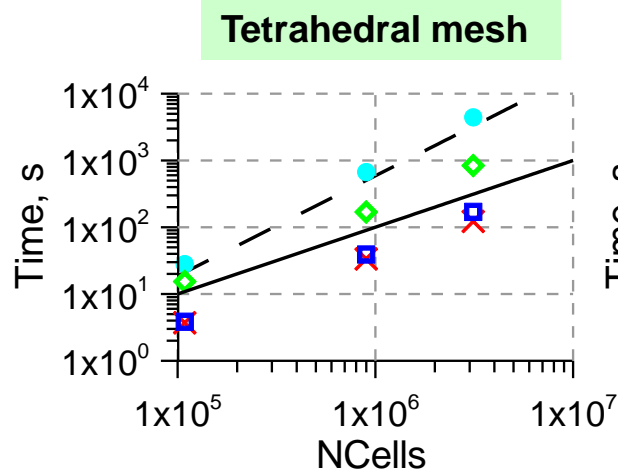


Код Flag-S

- × Multigrid
- GMRES
- ◇ AMG (HYPRE lib.)
- Fluent 14
- Time ~ NCells
- - Time ~ NCells^{1.5}

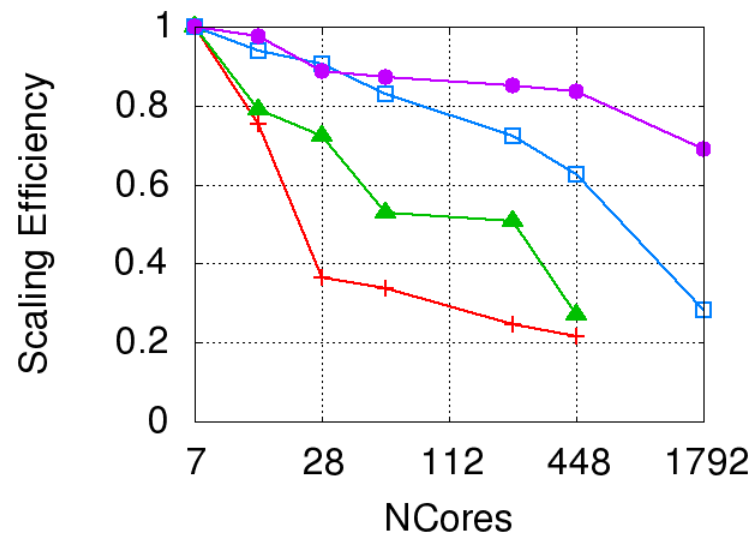
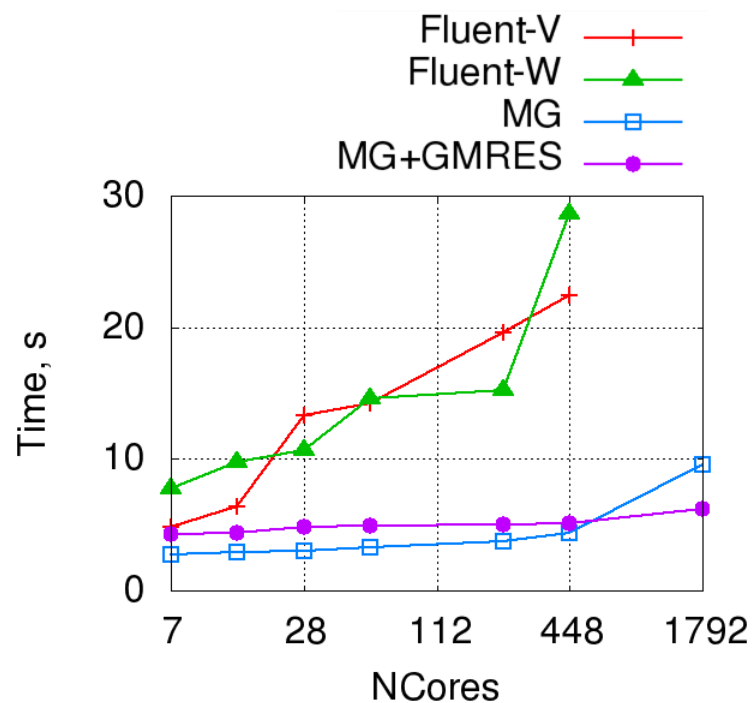
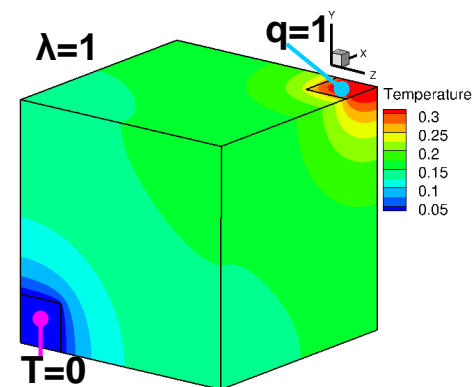
Разработанный метод:

- Обеспечивает линейную зависимость времени решения от числа ячеек
- В несколько раз эффективнее алгебраического метода из библиотеки HYPRE
- Не уступает алгоритму реализованному в коде ANSYS Fluent



Тестирование многосеточного алгоритма (2)

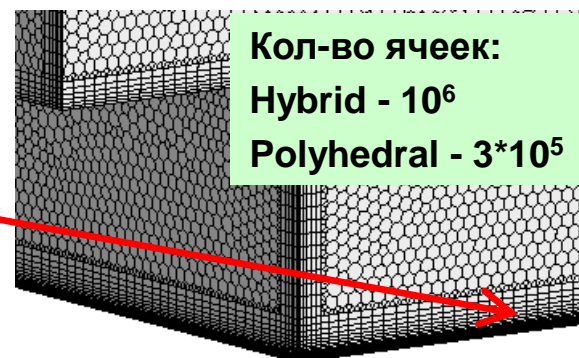
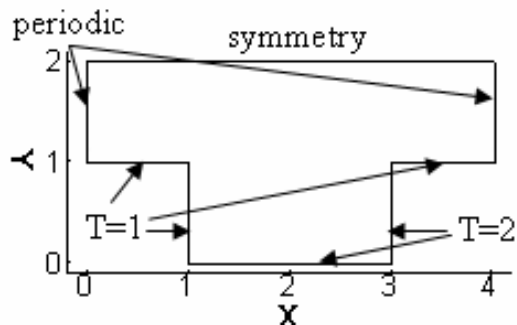
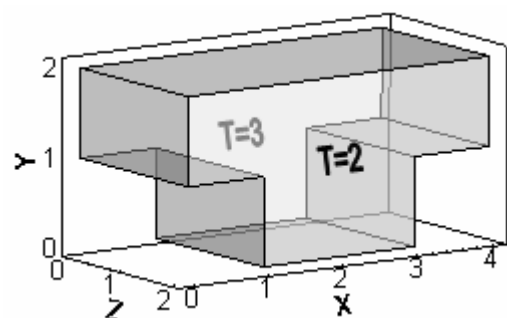
- Ячеек на ядро ≈ 550 тысяч
- Ресурсы: от 1, до 256 процессоров
(от 7, до 1792 ядер)
- Сетки: 4 миллиона – 1 миллиард



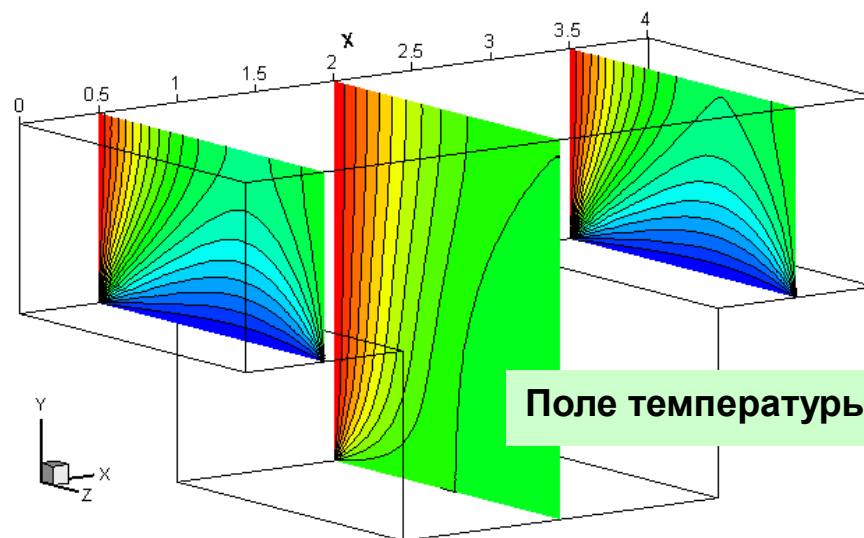
Тестирование многосеточного алгоритма (3)

- Разрывные граничные условия
- Удлинение ячеек 5000

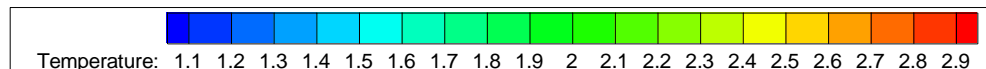
Постановка задачи



Кол-во ячеек:
Hybrid - 10^6
Polyhedral - $3 \cdot 10^5$



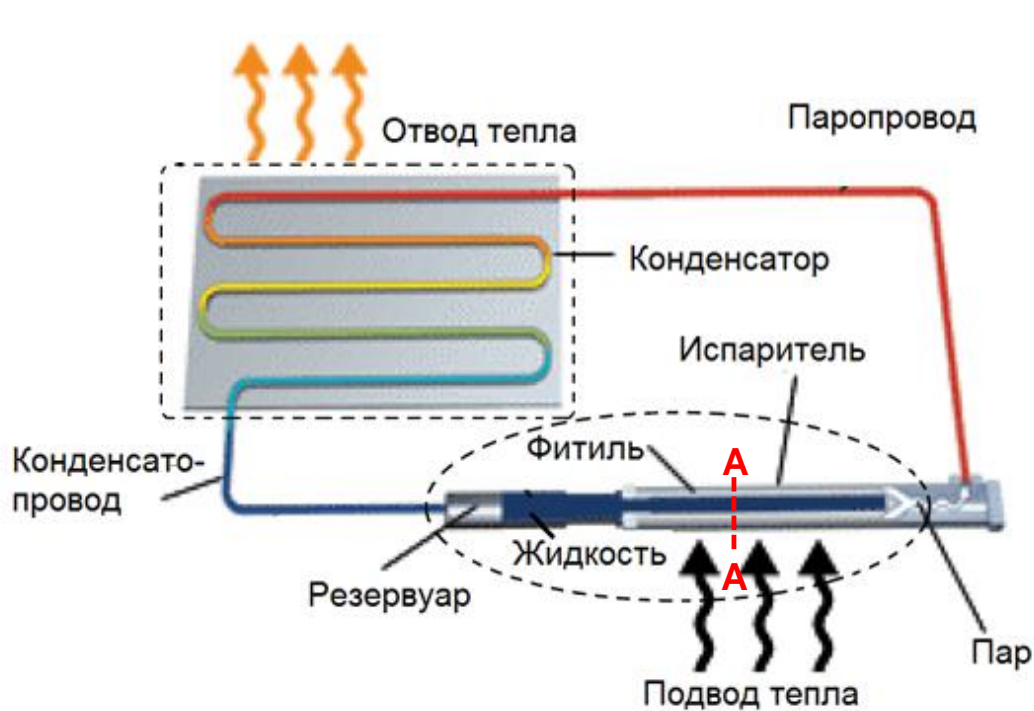
Поле температуры



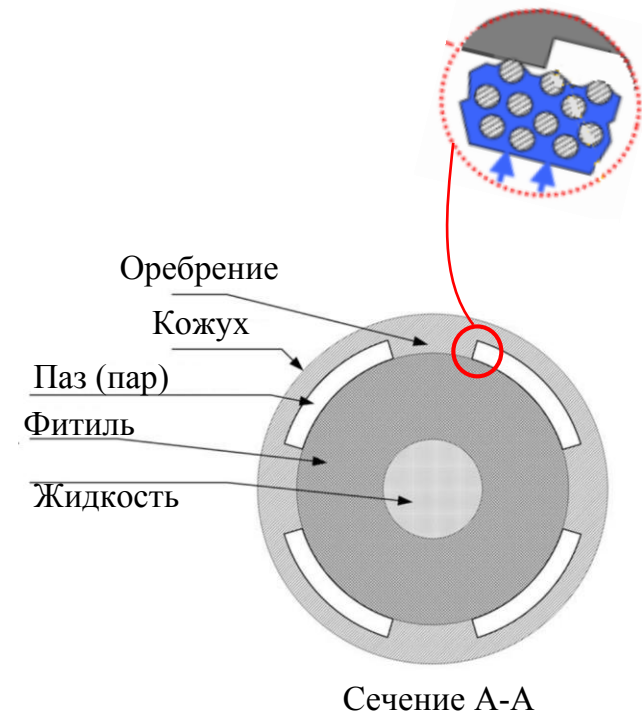
Время расчета, сек.	Multigrid	AMG (HYPRE lib.)
Гибридная сетка	54	238
Полиэдральная сетка	30	100

Применение расчетной технологии для моделирования работы испарителя контурной тепловой трубы (КТТ) спутника TacSat-4

Общая информация о контурных тепловых трубах (КТТ)

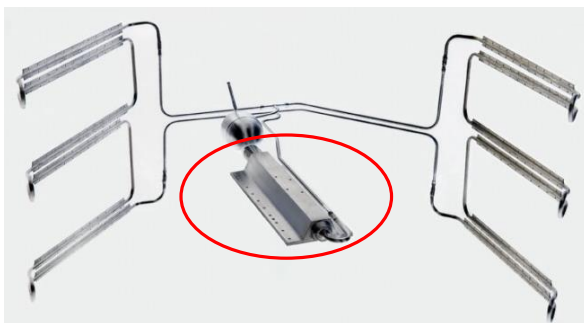
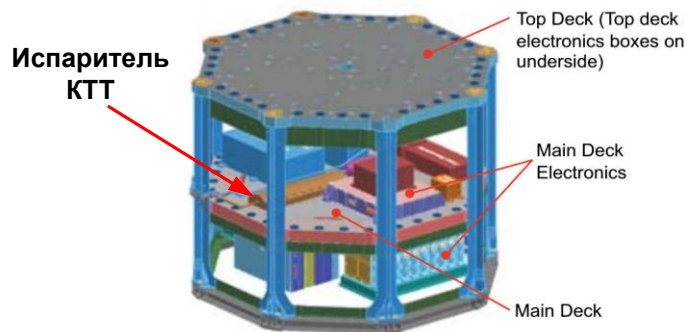


Общая схема контурной тепловой трубы



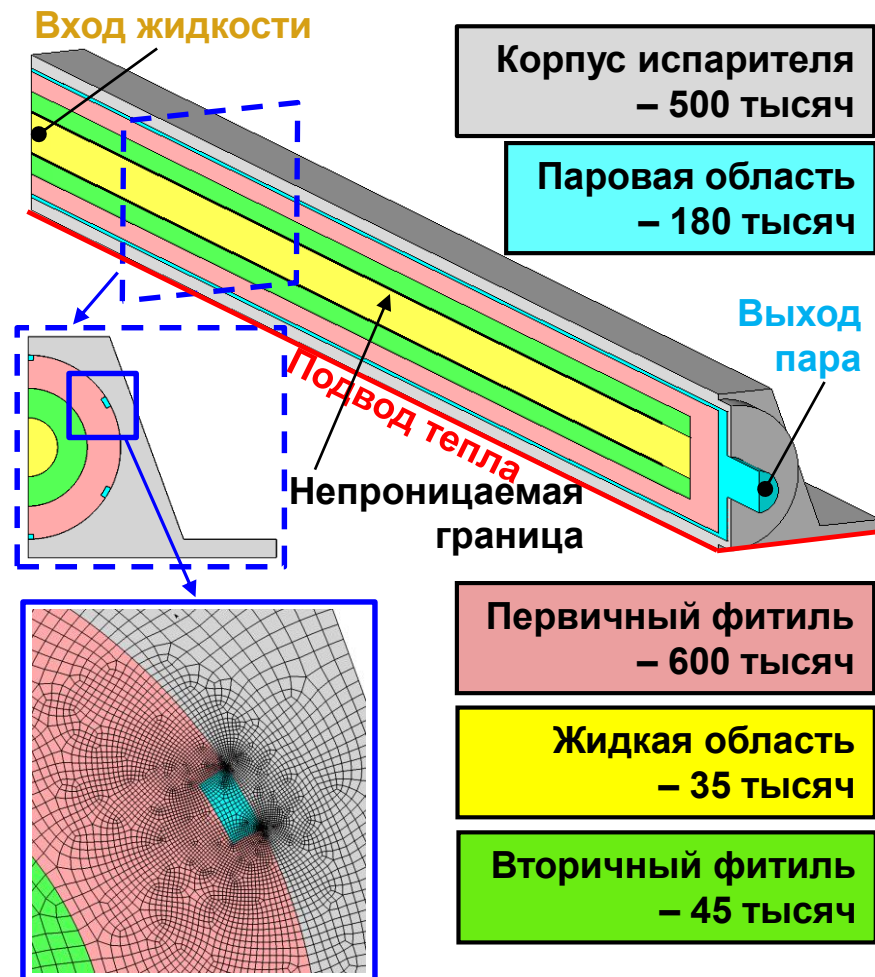
Поперечное сечение испарителя КТТ

Прототип: COTP спутника TacSat-4



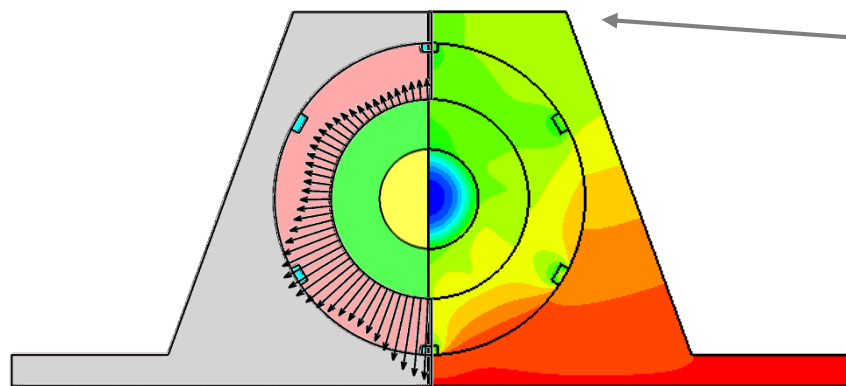
Расчетная область и расчетная сетка

- Сильное сгущение узлов к поверхности испарения (граница пар-фитиль)
- Общее число ячеек ~ 1.5 миллиона

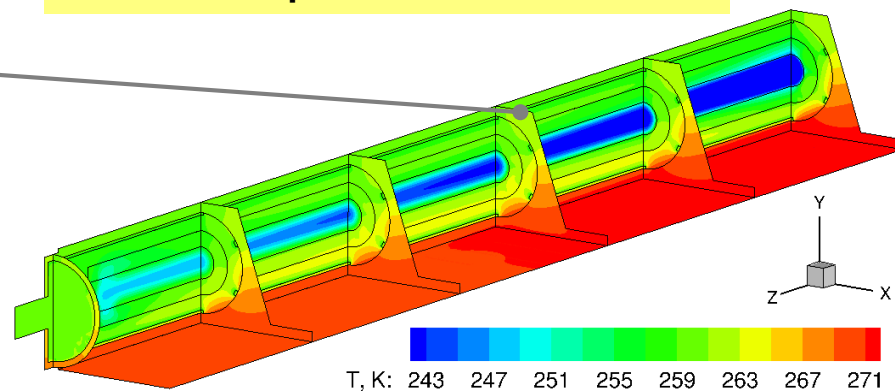


Результаты расчета

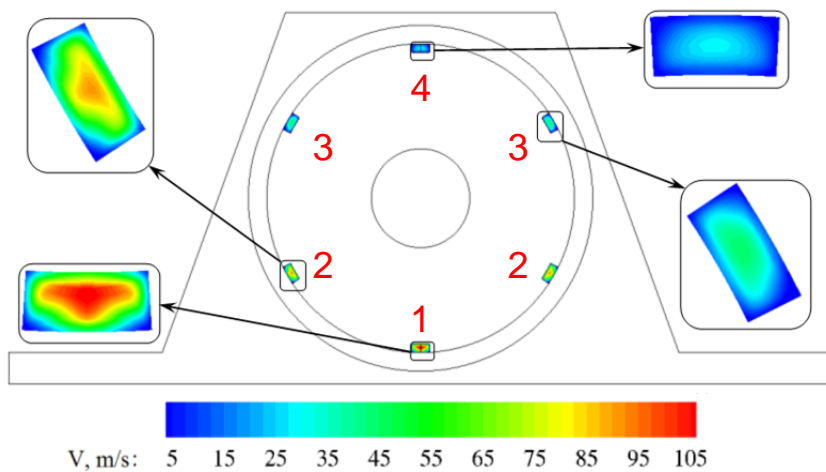
Скорость втекания жидкости в первичный фитиль и температура в сечении



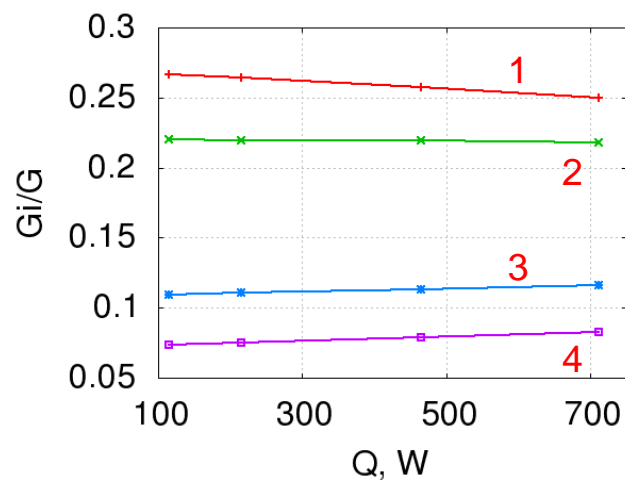
Температура в продольном и поперечных сечениях



Скорость пара в паровых каналах



Распределение расхода по каналам



Заключение

Разработана расчетная технология моделирования трехмерных процессов сопряженного тепломассопереноса с испарением рабочего тела на поверхности пористой структуры.

Для решения задач большой размерности в коде реализован многосеточный метод на основе оригинального алгоритма агломерации ячеек. Продемонстрирована его высокая эффективность и масштабируемость.

Разработанная расчетная технология использована для моделирования работы испарителя контурной тепловой трубы спутника TacSat-4.

Результаты проведенных расчетов показывают, в частности, что при подводе тепла к испарителю только со стороны полки корпуса паровые каналы работают в существенно разных условиях – расходы пара в них могут отличаться в несколько раз.