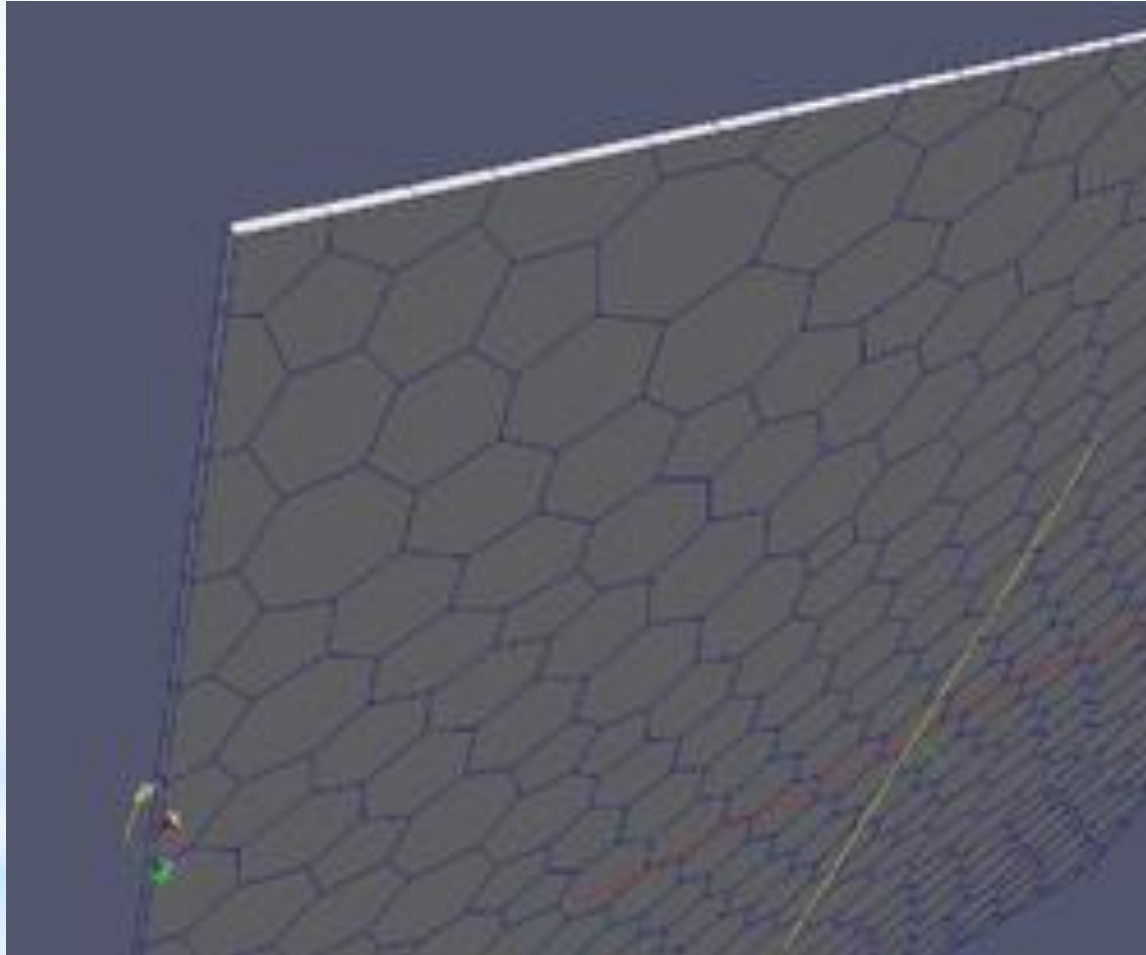


**Применение метода КАБАРЕ для
треугольных плоских ячеек в
среде openFoam (Код для
решения уравнений Навье-Стокса
на неструктурированных Poly-
сетках на основе метода КАБАРЕ)**

Зайцев М.А., Головизнин В.М., Карабасов С.А.



Применение poly cell



Применение метода КАБАРЕ для треугольных плоских ячеек в среде openFoam

Содержание:

- Математическое моделирование методом КАБАРЕ для уравнений Навье -Стокса
- Разработка алгоритма для треугольных ячеек
- Результаты вычислений

Решенные задачи:

- Задача о вихре
- Задача об обратной ступеньке
- Задача о составном профиле

Постановка задачи сжимаемого газа

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_j + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i u_j + \frac{\partial}{\partial x_j} p = \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{ij}; \quad i, j = 1, \dots, 3;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i p = \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \sigma_{ij};$$

$$\sigma_{ij} = \nu \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right);$$

$$p = \rho(\gamma - 1)(E - u_i u_i).$$

openFoam phase 1

Ideal gas

```
r=r-dt2*fvc::surfaceIntegrate(rnews*(mesh.Sf() & unews));  
e=(e*r-dt2*fvc::surfaceIntegrate((mesh.Sf() &  
unews)*(rnews*Cv*tnews+pnews)))/r  
u=(u*r-dt2*fvc::surfaceIntegrate((mesh.Sf() &  
unews)*unews*rnews+pnews*mesh.Sf()))/r  
+dt2*fvc::laplacian(nu, u);
```

Вычисления в ячейках(Phase 1 & 3)



vol<Type>Field: p,U,T – conservative cell variables

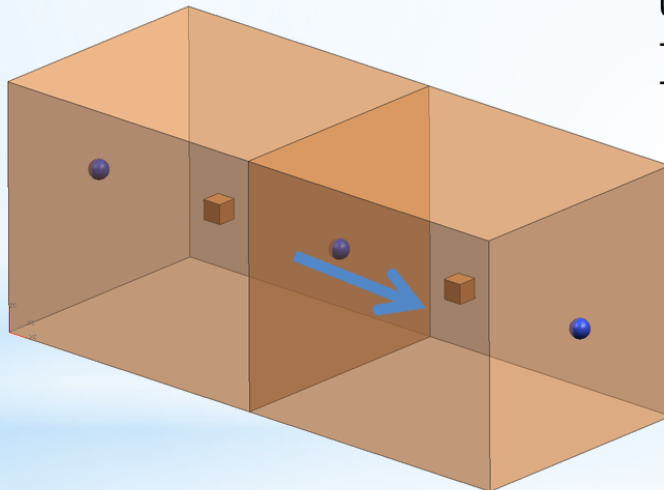


surface<Type>Field: Ps,Us,Ts - flux face variables



Face Normal: mesh.Sf()

Cell B (Backward)



Cell F (Foward)

Phase 1-3

```
p=p-dt2*rss*fvc::surfaceIntegrate(mesh.Sf() & Us);
T=T-dt2*fvc::surfaceIntegrate((mesh.Sf() & Us)*Ts)
+dt2*fvc::laplacian(kappa, T);
U=U-dt2*fvc::surfaceIntegrate((mesh.Sf() & Us)*Us
+Ps*mesh.Sf()/Rofon)+dt2*fvc::laplacian(nu, U)
+g*dt2*beta*(TRef-T);
```

thermodynamicProperties

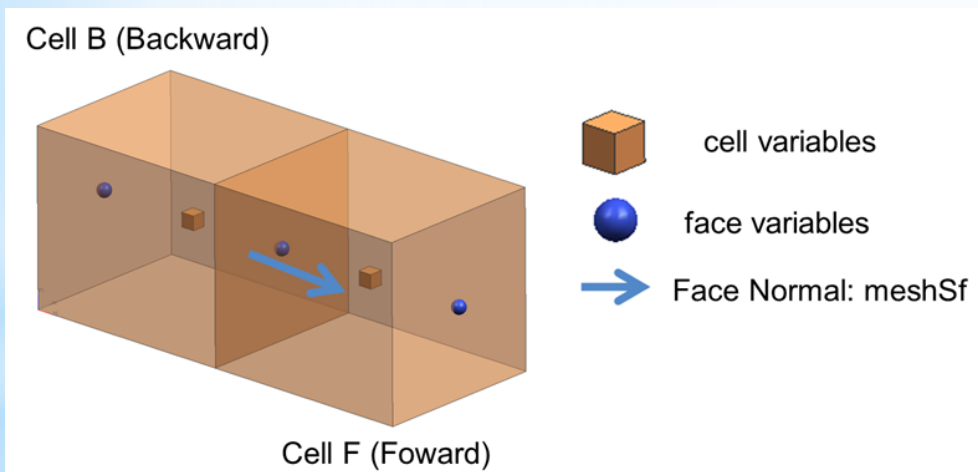
```
nu      nu [0 2 -1 0 0 0 0] 0.8929001e-06;
kappa   kappa [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-06;
Rofon   Rofon [1 -3 0 0 0 0 0] 997.2;
g       g [0 1 -2 0 0 0 0] (0 0 -9.81);
// Thermal expansion coefficient
beta    beta [0 0 0 -1 0 0 0] 0.65e-4;
// Reference temperature
TRef    TRef [0 0 0 1 0 0 0] 292;
```

Вычисления инвариантов

$$I_+ = u - \frac{p}{\rho c}$$

$$I_- = u + \frac{p}{\rho c}$$

Eigen values are equal positive and negative values of wave velocity. Zero eigen value is for Y and Z velocity.



OpenFOAM formulation:

Time loop

Phase 1;

Phase 2;

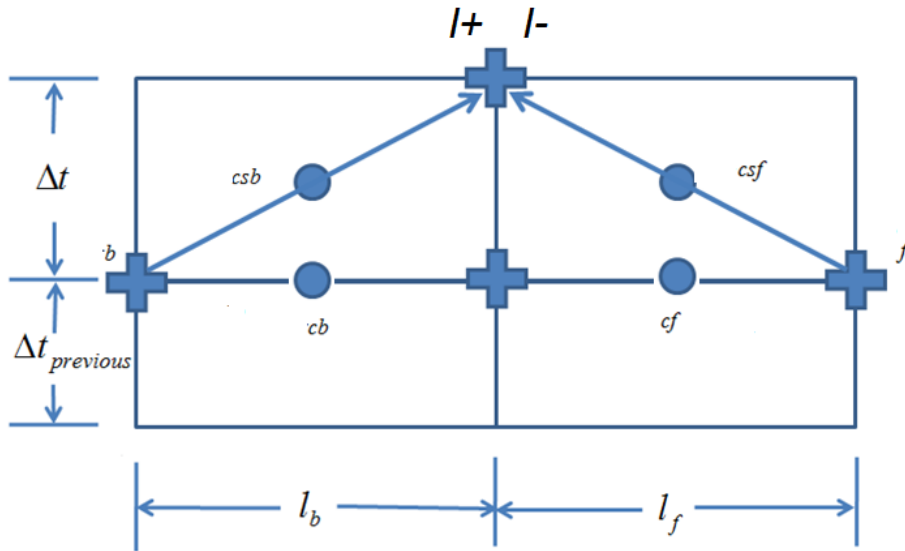
Phase 3;

Loop end

Phase 2 is external function.

Boundaries are OpenFOAM codedMixed type.

Граневые вычисления



c - invariant value, l - distance to opposite face, indices b и f are for backward and forward face invariant value, cb и cf are for backward and forward cell invariant value, csb и csf are for backward and forward cell invariant value on intermediate time step.

$$I_+^{\max} = \max(I, I_b, I_{cb}) + 2(I_{csb} - I_{cb}) + c \frac{\Delta t}{l} (I - I_b)$$

$$I_+^{\min} = \min(I, I_b, I_{cb}) + 2(I_{csb} - I_{cb}) + c \frac{\Delta t}{l} (I - I_b)$$

$$I_+^{\text{new}} = \begin{cases} I_+^{\max} & 2I_{csb} - I_b > I_+^{\max} \\ 2I_{csb} - I_b & I_+^{\min} \leq 2I_{csb} - I_b \leq I_+^{\max} \\ I_+^{\min} & 2I_{csb} - I_b < I_+^{\min} \end{cases}$$

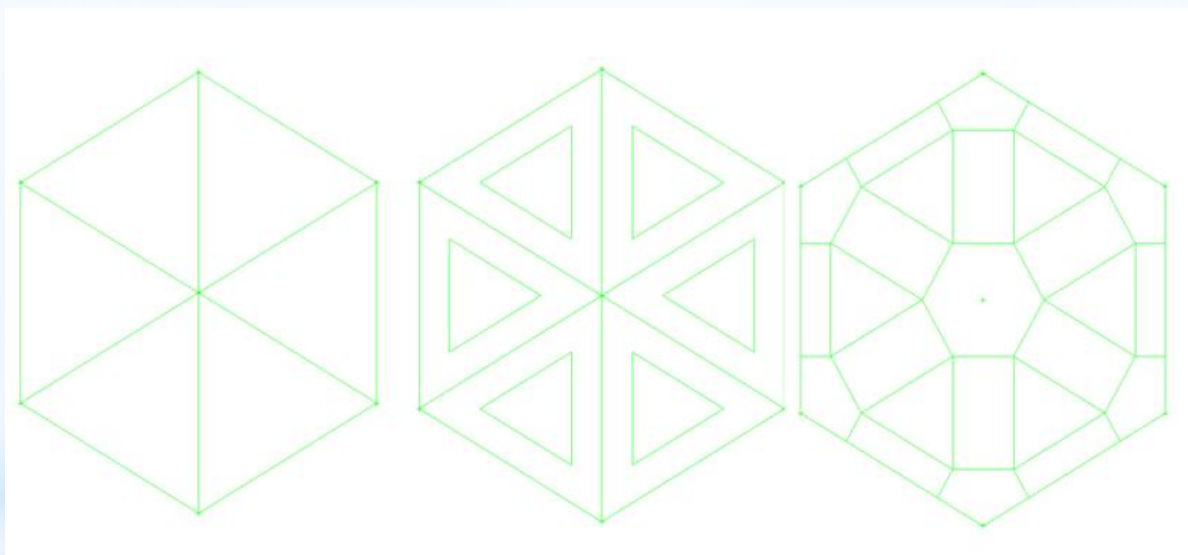
$$I_-^{\max} = \max(I, I_f, I_{cf}) + 2(I_{csf} - I_{cf}) + c \frac{\Delta t}{l} (I_f - I)$$

$$I_-^{\min} = \min(I, I_f, I_{cf}) + 2(I_{csf} - I_{cf}) + c \frac{\Delta t}{l} (I_f - I)$$

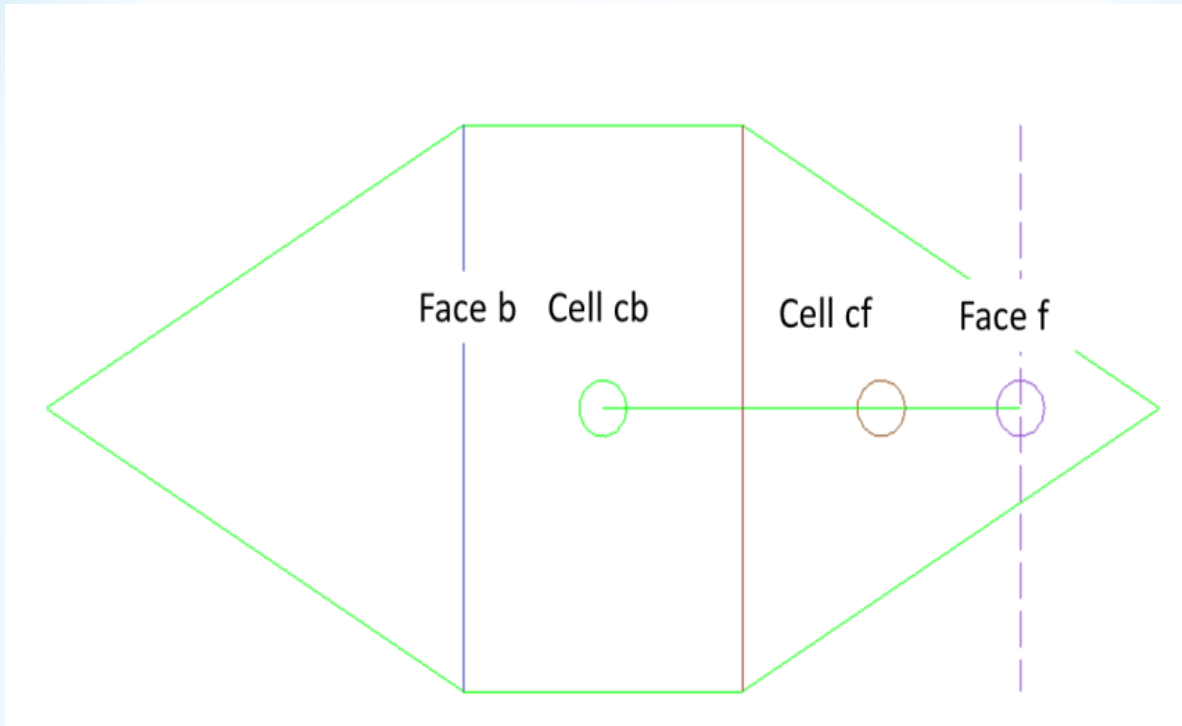
$$I_-^{\text{new}} = \begin{cases} I_-^{\max} & 2I_{csb} - I_b > I_-^{\max} \\ 2I_{csf} - I_f & I_-^{\min} \leq 2I_{csb} - I_b \leq I_-^{\max} \\ I_-^{\min} & 2I_{csb} - I_b < I_-^{\min} \end{cases}$$

New velocity values - half summ of invariants with indices “+” and “-”. Pressure - half difference, multiplied by factor ρc .

Трансформация треугольной сетки в poly mesh



Вычисление в фиктивной противоположной грани



$$u_{if} = 2u_{icf} - (u_{icf} + u_{ib}) / 2, i = 1, \dots, 3$$

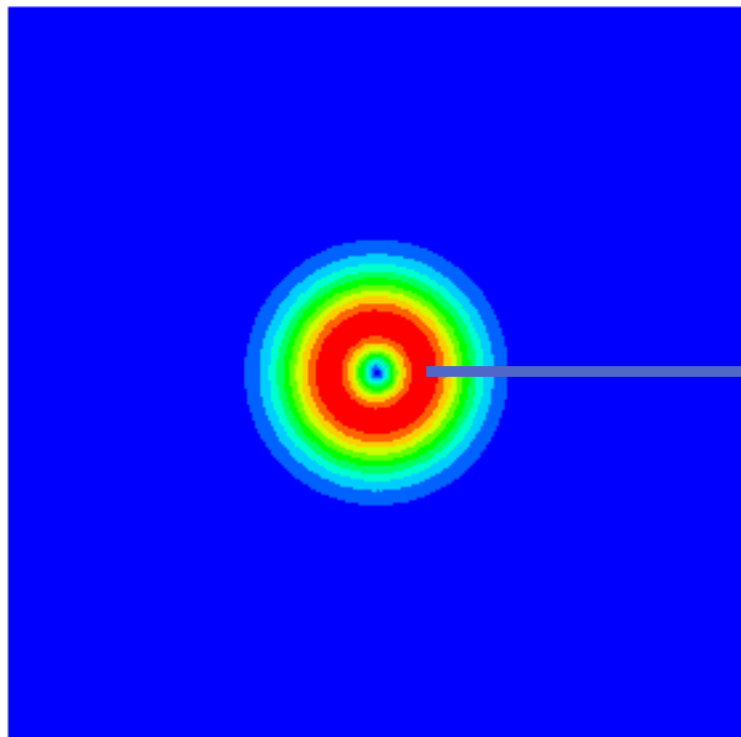
$$\rho_f = 2\rho_{cf} - (\rho_{cf} + \rho_{cb}) / 2$$

$$E_f = 2E_{cf} - (E_{cf} + E_{cb}) / 2$$

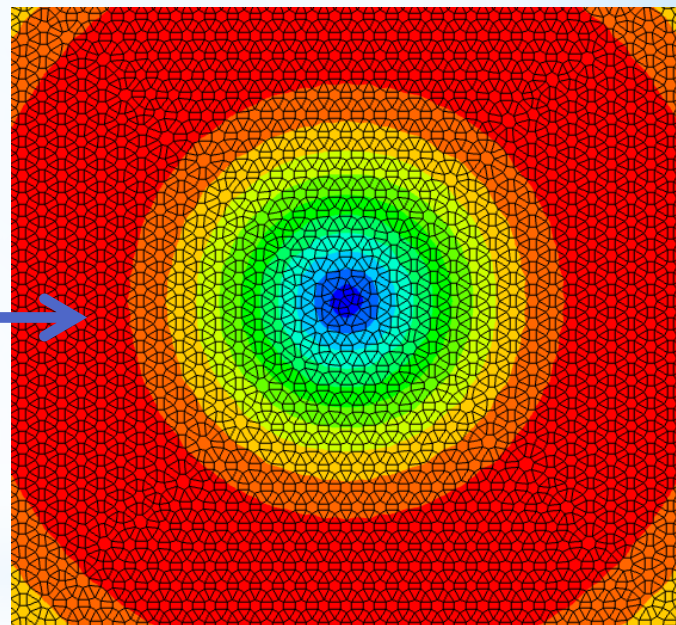
$$p = \rho(\gamma - 1)(E - u_i u_i)$$

Задача о вихре

time= 0.00



Анимация модуля скорости



Вид сетки

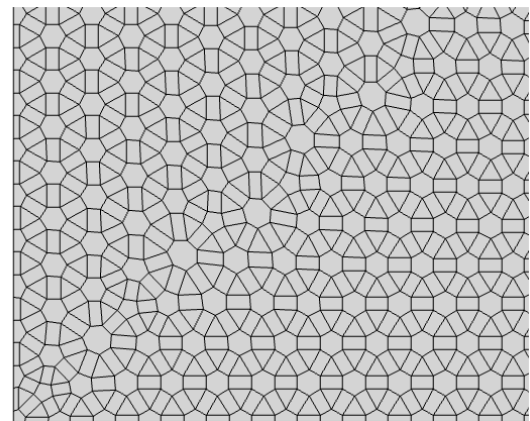
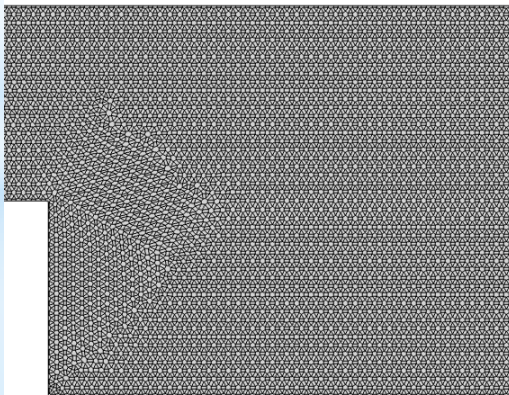
280000 ячеек

Задача о ступеньке

time= 0.1

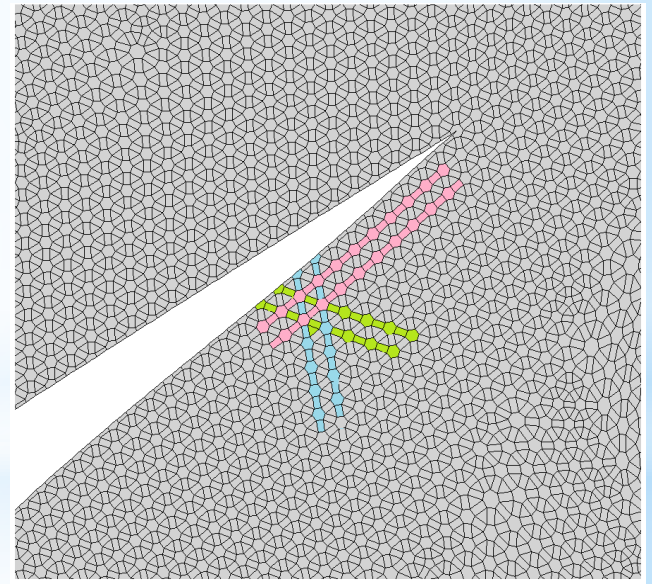
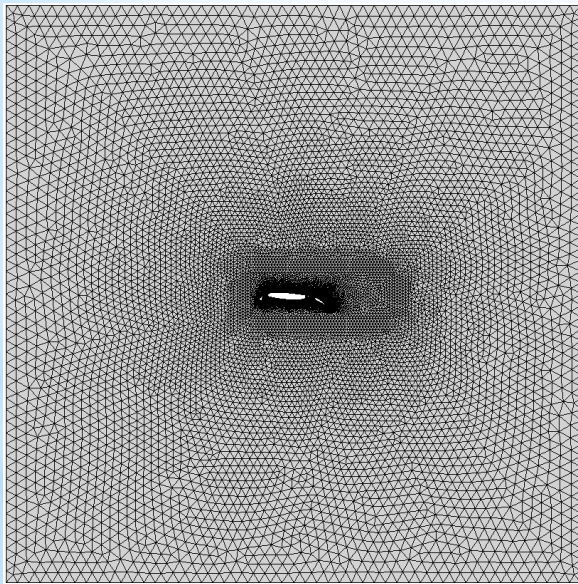
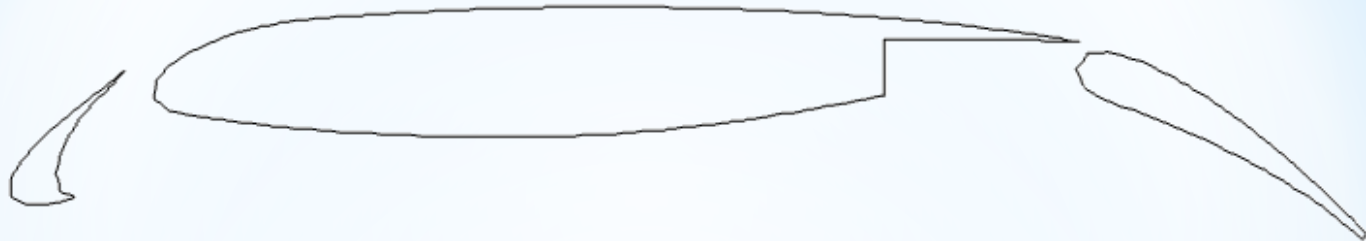


Анимация
завихренности



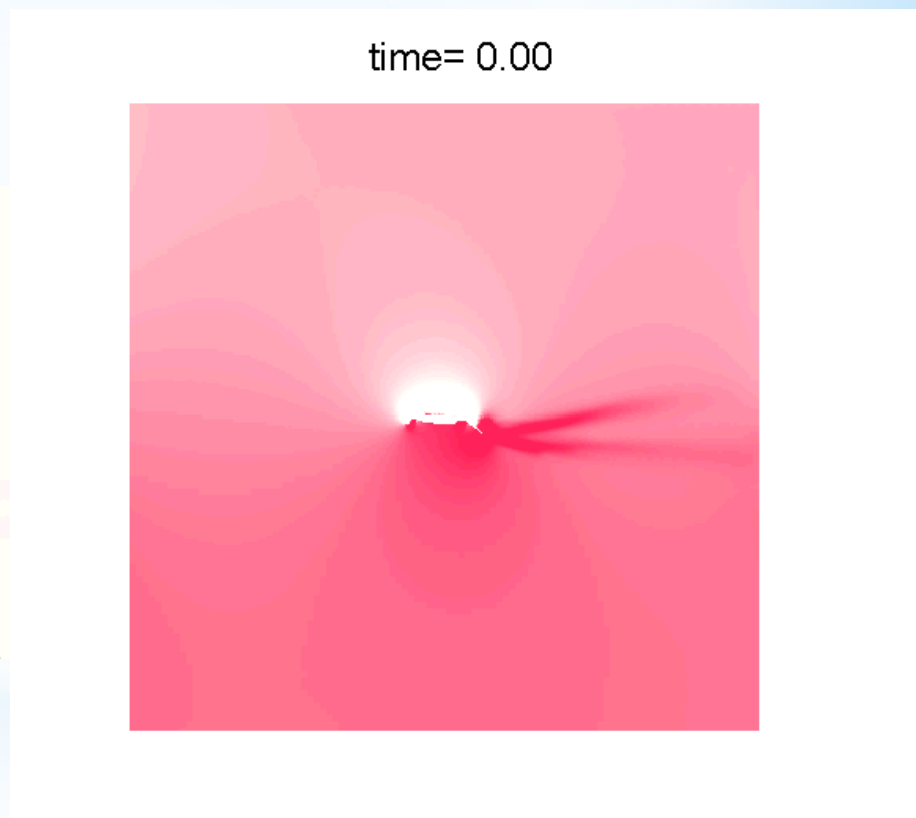
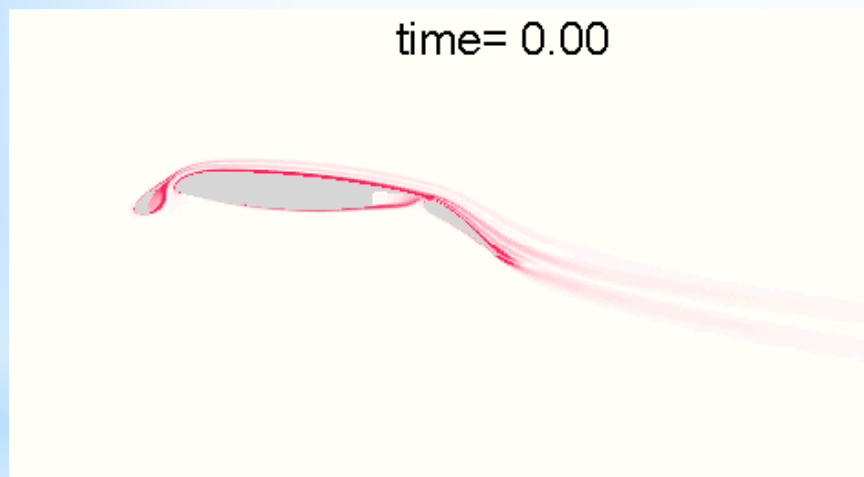
Вид сетки

Задача о составном профиле

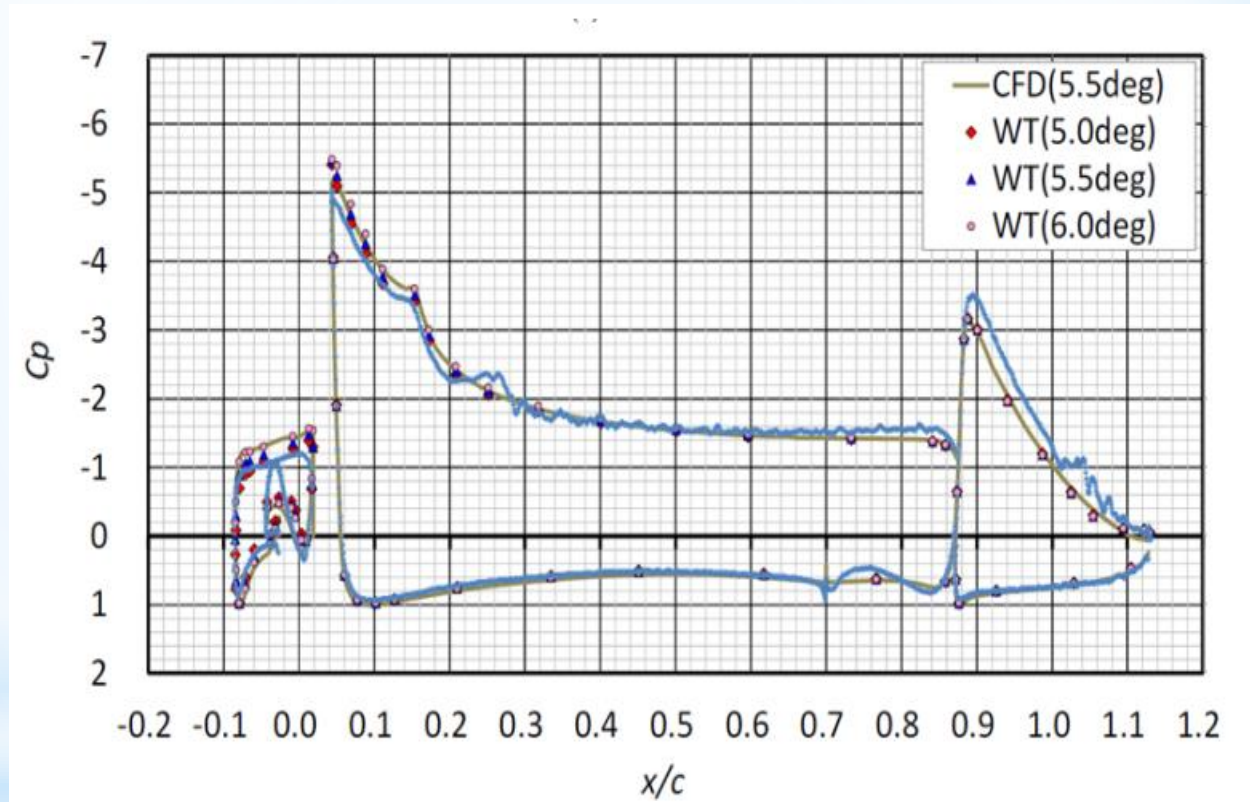


450000 ячеек

Задача о составном профиле (анимация завихренности и акустического давления)

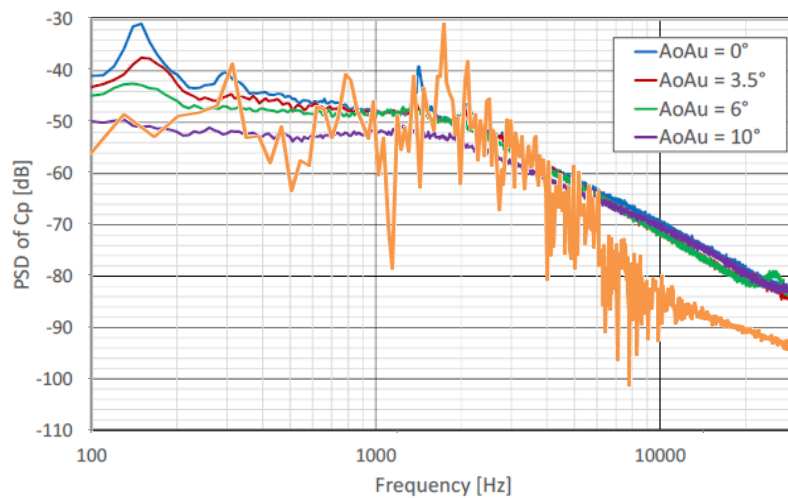


Сравнение с экспериментом по распределению давления на профиле

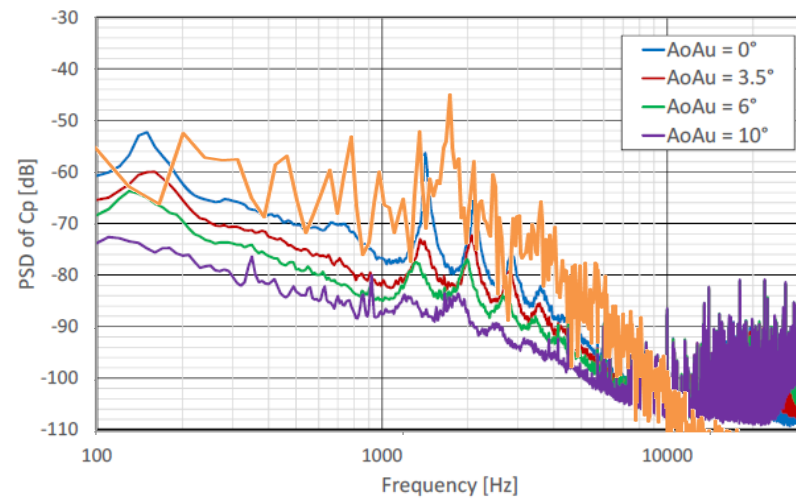


Синяя линия - CABARET

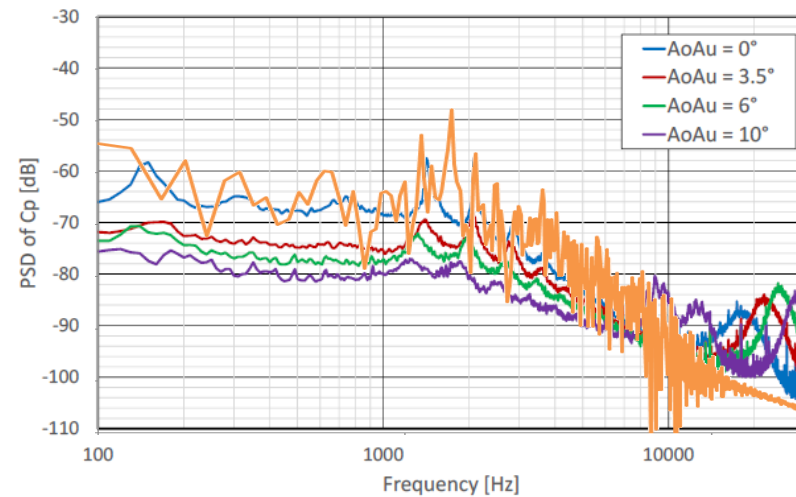
Сравнение с экспериментом по PSD



(a) Sensor S3



(b) Sensor S10



(d) Sensor S13

Orange line - CABARET

Параллельные вычисления и масштабируемость

Step number	Processor number	Cell number	Cell number per processor	Performance (processor time per single step for single cell), μs	Total time, sec
14109	128	12962	102	21.69719	31.83
14109	64	12962	204	13.28509	38.13
14109	32	12962	409	8.17008	47.37
14109	16	12962	818	6.382148	72.62
14109	8	12962	1636	5.470367	125.3
14109	4	12962	818	4.699517	214.55
28395	256	57762	232	15.96	101.65
28395	128	57762	455	10.17	130.12
28395	64	57762	911	7.35	187.91
28395	32	57762	1823	6.65	341.42

Выводы

Реализация метода Кабаре для ячеек poly для сжимаемой жидкости имеет хорошие диссипативные свойства алгоритма. Скорость счета сопоставима со скоростью счета по другим программам, реализующими метод Кабаре.

Спасибо !