

Развитие программного кода SINF/Flag-S: реализация и начальный опыт приложения модели двухфазной фильтрации

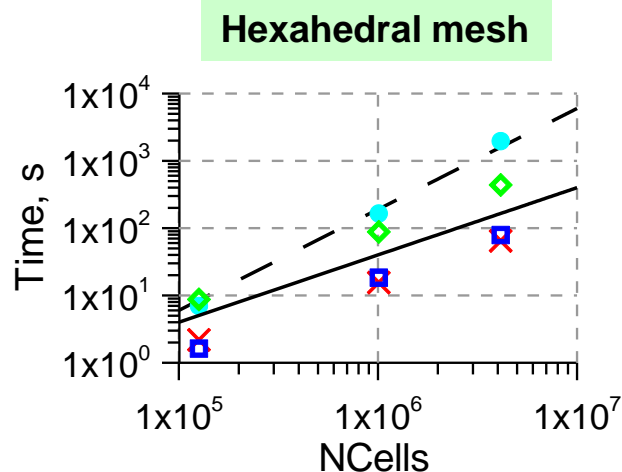
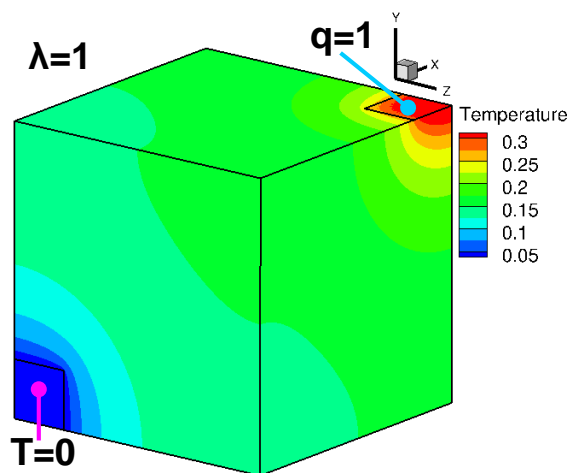
Д.К.Зайцев, А.А.Пожилов, Е.М.Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Кафедра “Гидроаэродинамика, горение и теплообмен”

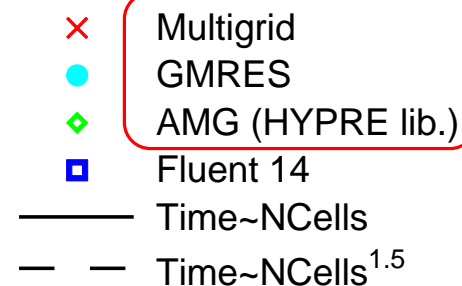
Программный код SINF/Flag-S

- Аппроксимация уравнений по методу конечных объемов (*cell-centered*)
- Неструктурированные полиэдральные сетки
- Схемы второго порядка аппроксимации по пространству и времени
- Параллелизация вычислений по методу декомпозиции расчетной области (*MPI*)
- Решение СЛАУ итерационными методами Крыловского типа
- Геометрический многосеточный метод для решения уравнения Пуассона

Тестирование многосеточного алгоритма (1)

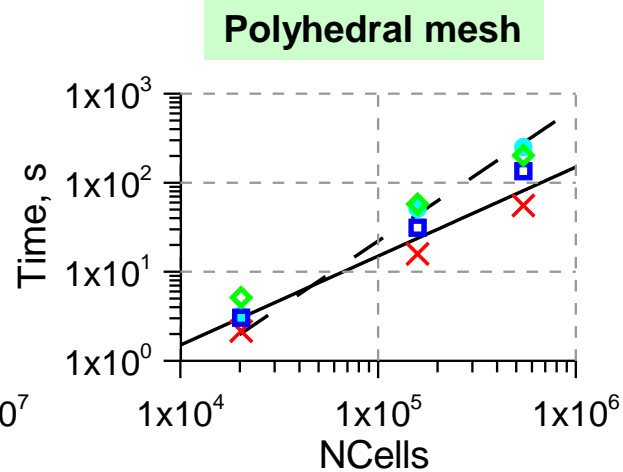
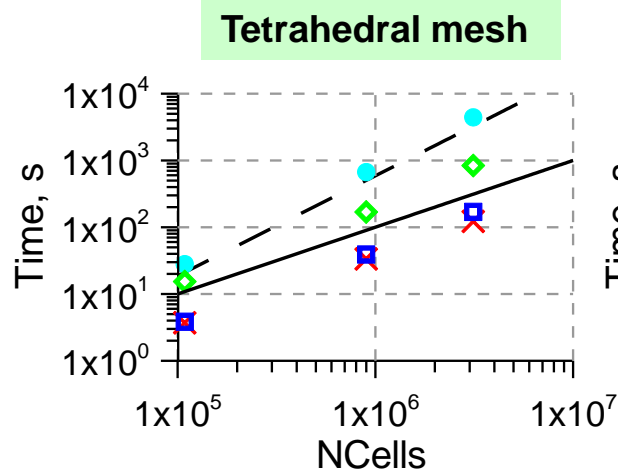


Код Flag-S

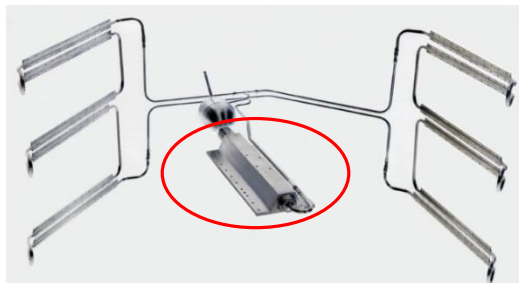
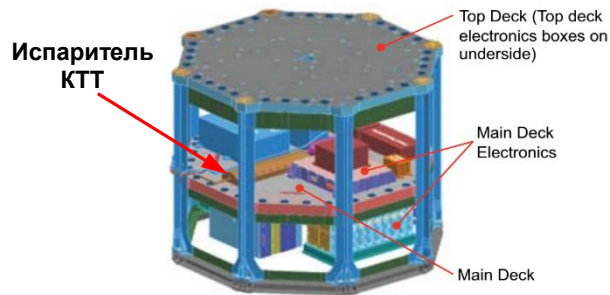


Разработанный метод:

- Обеспечивает линейную зависимость времени решения от числа ячеек
- В несколько раз эффективнее алгебраического метода из библиотеки HYPRE
- Не уступает алгоритму реализованному в коде ANSYS Fluent

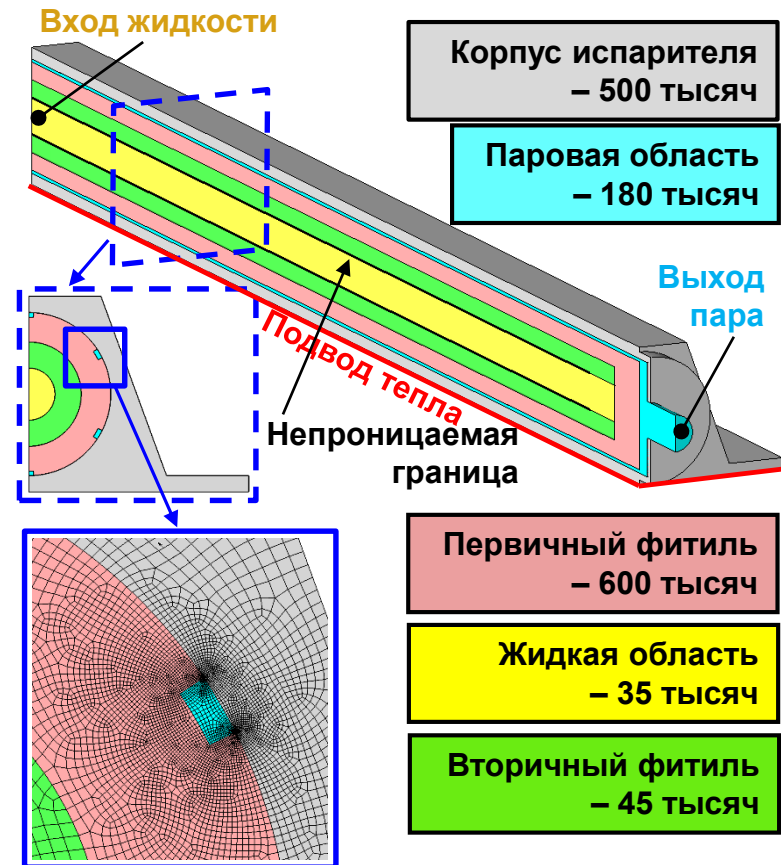


Прототип: СОТР спутника TacSat-4



Расчетная область и расчетная сетка

- Сильное сгущение узлов к поверхности испарения (граница пар-фитиль)
- Общее число ячеек ~ 1.5 миллиона



Numerical simulation of conjugate heat and mass transfer in a loop heat pipe evaporator
 Zaitsev, D.K., Pozhilov, A.A., Smirnov, E.M., Smirnovsky, A.A. 2016

Модель двухфазной фильтрации

- Двухкомпонентная модель “нелетучей нефти” (Black-Oil model)
 - Описывает фильтрационное течение двух не смешивающихся жидкостей через пористую среду с переменными свойствами
 - Традиционно применяется для моделирования процесса вытеснения нефти из пласта водой при разработке нефтяных месторождений

Двухкомпонентная модель “нелетучей нефти” (Black-Oil model)

Основные обозначения:

- ρ_i – плотность, \mathbf{V} – скорость
- S_o – нефтенасыщенность,
 S_w – водонасыщенность
- q_i – массовый источник воды/нефти

Свойства пласта:

- ϕ – пористость (объемная доля пустоты),
- $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_x & & \\ & K_y & \\ & & K_z \end{pmatrix}$ – проницаемость

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Баланс массы:} \quad \frac{\partial(\phi \rho_o S_o)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{V}_o) + q_o = 0 \quad \frac{\partial(\phi \rho_w S_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{V}_w) + q_w = 0 \\ \text{Условие баланса фаз:} \quad S_w + S_o = 1 \\ \text{з-н Дарси для двух жидкостей} \\ \text{(с учетом гравитации):} \quad \mathbf{V}_o = -\frac{K_{ro} \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla(p - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \quad \mathbf{V}_w = -\frac{K_{rw} \mathbf{K}}{\mu_w} \nabla(p - \rho_w \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \end{array} \right.$$

- Аппроксимация Кори для относительных проницаемостей K_{ro} , K_{rw} :

$$S_o^* = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \quad K_{ro} = (S_o^*)^\omega$$

$$K_{rw} = (1 - S_o^*)^\omega$$

Параметры:

ω – показатель степени,
 S_{or} – остаточная нефтенасыщенность,
 S_{wc} – остаточная (связанная) водонасыщенность

Метод последовательного решения (SEQ-метод)

- При подстановке з-н Дарси в уравнения баланса массы получим:

$$\begin{cases} \varphi \frac{\partial S_o}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro} \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} = 0 \\ \varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{K_{rw} \mathbf{K}}{\mu_w} \nabla (p - \rho_w \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_w}{\rho_w} = 0 \end{cases}$$

- Итоговая система уравнений (основные переменные – S_o , p):

$$\begin{cases} \varphi \frac{\partial S_o}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro} \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} = 0 \\ \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro} \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + \frac{K_{rw} \mathbf{K}}{\mu_w} \nabla (p - \rho_w \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} + \frac{q_w}{\rho_w} = 0 \end{cases}$$

Метод последовательного решения (SEQ-метод) (2)

- Используется неявная схема по времени:

$$\begin{cases} \varphi \frac{S_o^n - S_o^{n-1}}{\Delta t} + \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro}(S_o^n) \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p^n - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} = 0 \\ \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro}(S_o^n) \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p^n - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + \frac{K_{rw}(S_o^n) \mathbf{K}}{\mu_w} \nabla (p^n - \rho_w \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} + \frac{q_w}{\rho_w} = 0 \end{cases}$$

- Уравнения решаются последовательно с введением итераций (индекс m):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro}(S_o^{n,m-1}) \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p^{n,m} - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + \frac{K_{rw}(S_o^{n,m-1}) \mathbf{K}}{\mu_w} \nabla (p^{n,m} - \rho_w \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} + \frac{q_w}{\rho_w} &= 0 \\ \varphi \frac{S_o^{n,m} - S_o^{n-1}}{\Delta t} + \nabla \cdot \left(\frac{K_{ro}(S_o^{n,m}) \mathbf{K}}{\mu_o} \nabla (p^{n,m} - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) \right) + \frac{q_o}{\rho_o} &= 0 \end{aligned}$$

Метод последовательного решения (SEQ-метод) (3)

- Решение ищется в приращениях:

$$p^{n,m} = p^{n,m-1} + \delta p \quad S_o^{n,m} = S_o^{n,m-1} + \delta S_o$$

- После записи через приращения и линеаризации:

- Обобщенное уравнение Пуассона для δp :

$$\nabla \cdot (C_1^{m-1} \mathbf{K} \nabla (\delta p)) = Res_p$$

- Уравнение конвективного переноса в дивергентной форме для δS_o :

$$\varphi \frac{\delta S_o}{\delta t} + \nabla \cdot (\mathbf{a} \delta S_o) = Res_{S_o}$$
$$\mathbf{a} = C_2^{m-1} \mathbf{K} \nabla (p^{n,m} - \rho_o \mathbf{g} \cdot \mathbf{r})$$

Верификационные расчеты

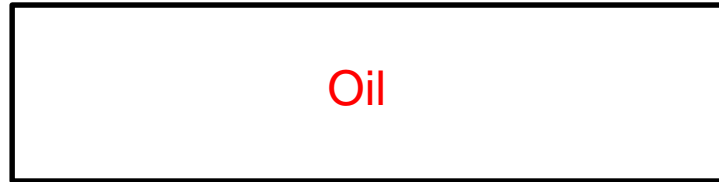
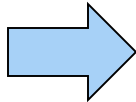
Задача Баклея-Лeverетта

(Buckley–Leverett displacement)

- Одномерное вытеснение нефти из пласта водой:

Water inlet:

$$V=9.2 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$$



Outlet:

$$p=0$$

- Размеры области: $1 \times 1 \times 100$ м
- Пористость пласта: 0.2
- Вязкость:
 - Вода: 0.3 мПа·с
 - Нефть: 3 мПа·с
- Начальная нефтенасыщенность: $S_{oi} = 0.8$
- Остаточная нефтенасыщенность: $S_{or} = 0.2$
- Остаточная (связанная) водонасыщенность: $S_{wc} = 0.2$
- Аппроксимация Кори для относительной проницаемости

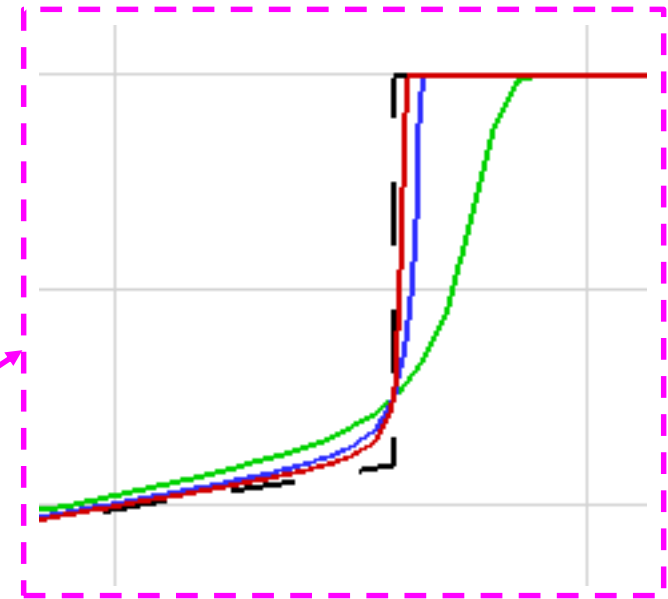
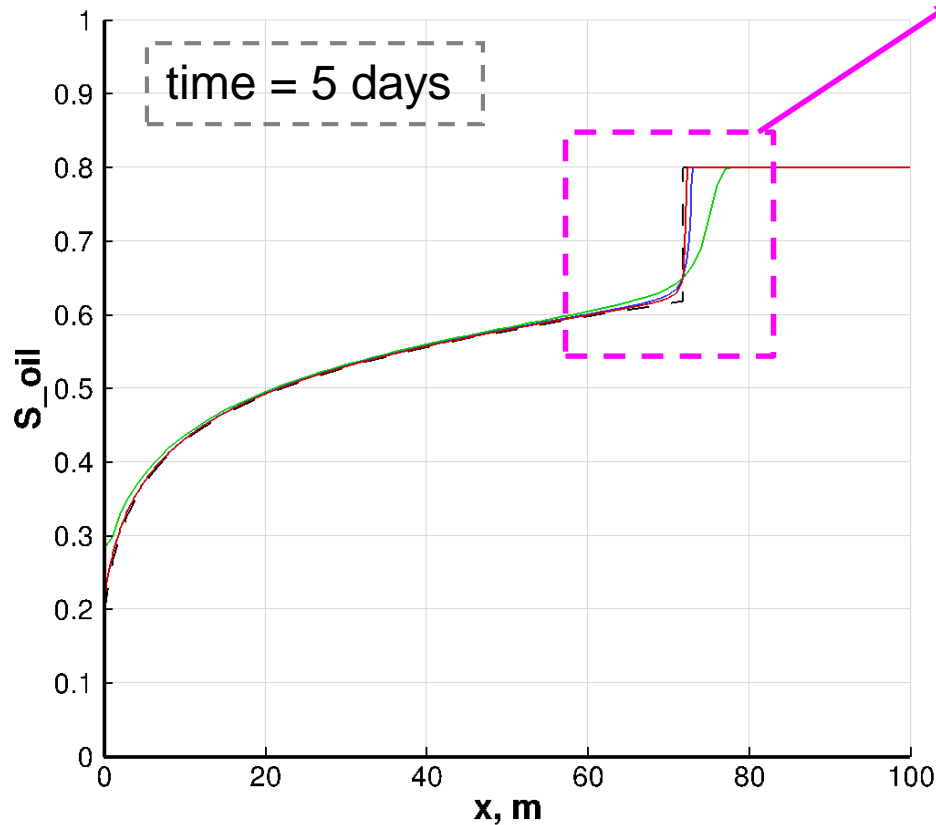
$$S_o^* = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}}$$

$$K_{ro} = (S_o^*)^2$$

$$K_{rw} = (1 - S_o^*)^2$$

Задача Баклея-Лeverетта(2)

- Равномерные сетки с шагом:
 - $\Delta x = 1$ м (число ячеек=100)
 - $\Delta x = 0.1$ м (число ячеек=1000)
- Шаг по времени: 10^{-2} дня или 10^{-3} дня

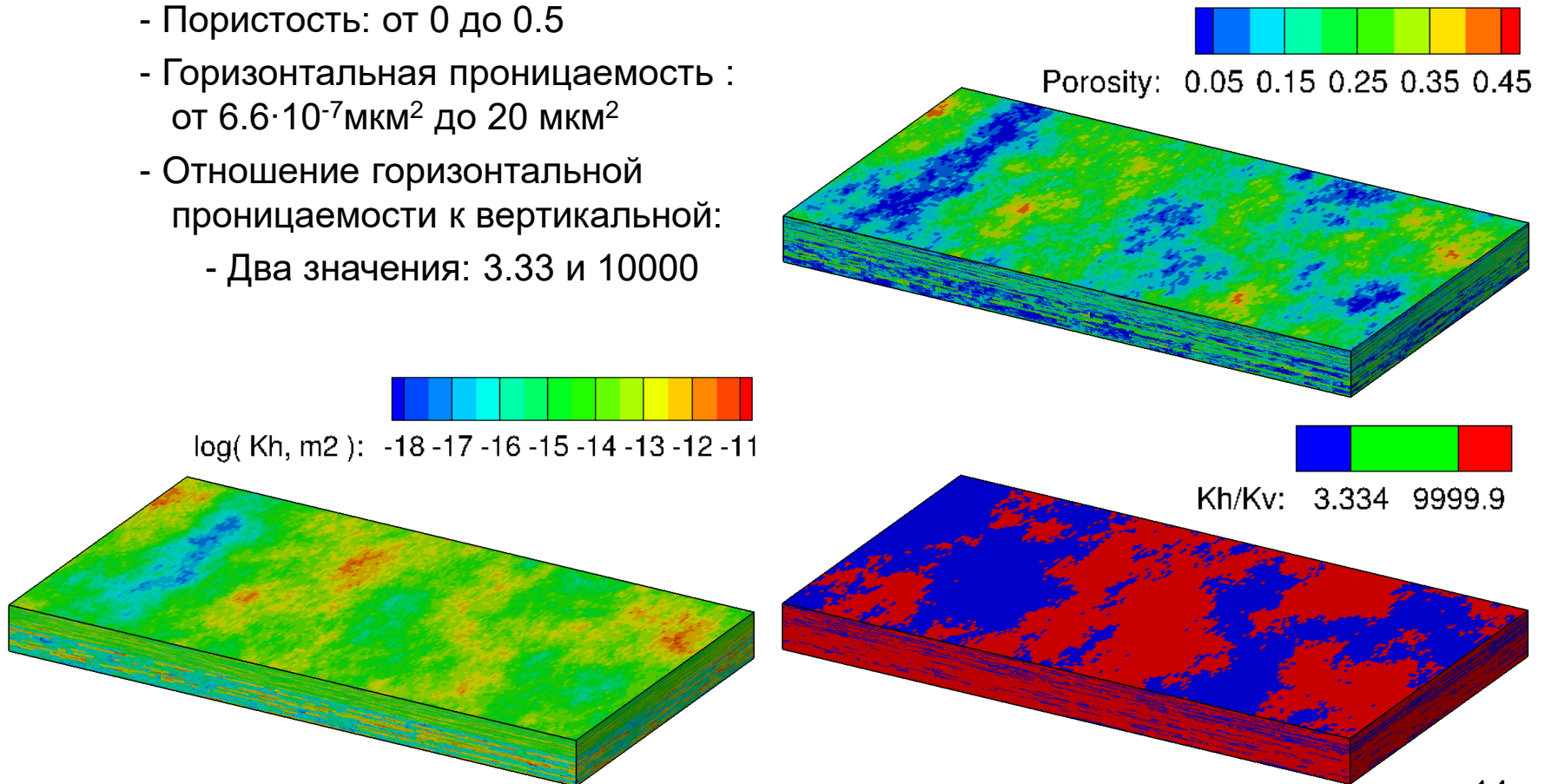


- — — analytical
- — — $dx=1, dt=1e-3$ day
- — — $dx=0.1, dt=1e-2$ day
- — — $dx=0.1, dt=1e-3$ day

3D Бенчмарк-тест SPE10 - часть 2

Бенчмарк-тест SPE10 - часть 2

- Вторая часть десятого теста предложенного международным сообществом нефтяных инженеров (Society of Petroleum Engineers)
- 3D вытеснение нефти водой из пласта с сильно неоднородными свойствами:
 - Пористость: от 0 до 0.5
 - Горизонтальная проницаемость :
от $6.6 \cdot 10^{-7} \text{мкм}^2$ до 20мкм^2
 - Отношение горизонтальной проницаемости к вертикальной:
 - Два значения: 3.33 и 10000

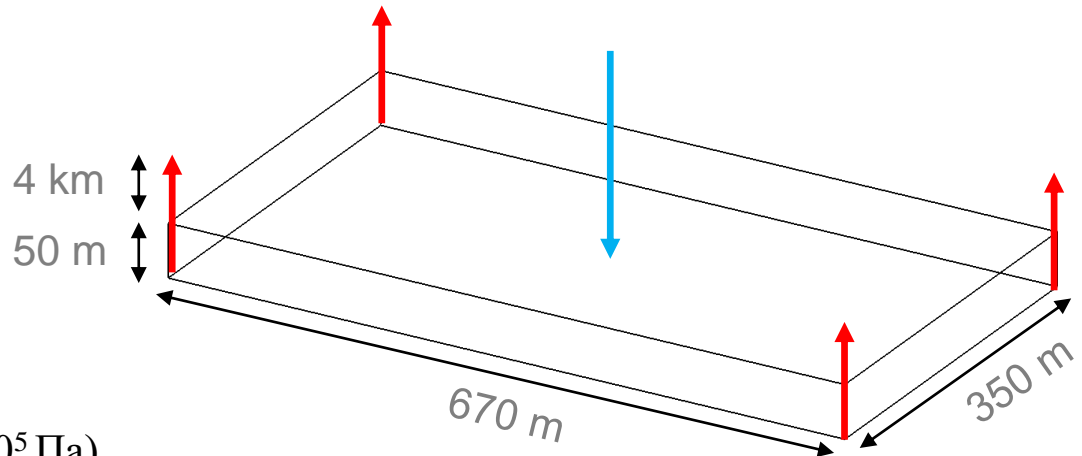


SPE10 – Описание задачи

- Размеры: $350 \times 670 \times 50$ м, Глубина расположения – 4 км
- Равномерная расчетная сетка: $60 \times 220 \times 85 = 1.22$ млн. ячеек
- Начальная нефтенасыщенность: $S_{oi} = 0.8$

Скважины:

- 1 × Нагнетающая
- По центру резервуара
- Расход:
 5000 bbl/d ($9.2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$)
- 4 × Добывающие:
- По углам резервуара
- Давление: 4000 psi ($276 \cdot 10^5 \text{ Па}$)



Свойства жидкостей:

- $\rho_{ow}=1025.3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_o=849.1 \text{ кг/м}^3$, $\mu_w=0.3 \text{ мПа}\cdot\text{с}$, $\mu_o=3 \text{ мПа}\cdot\text{с}$

Относительная проницаемость:

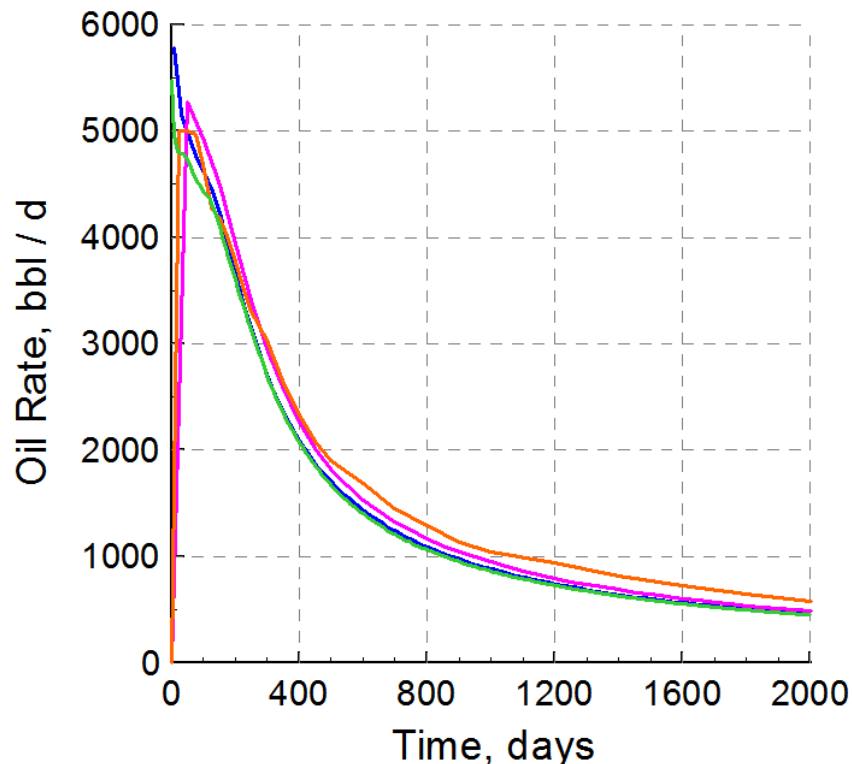
- Аппроксимация кори ($\omega=2$, $S_{or} = 0.2$, $S_{wc} = 0.2$)

SPE10 – Некоторые результаты из литературы

- Основной результат:
 - Зависимость объема добываемой нефти от физического времени
- Основная публикация:

[Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques](#)

M.A. Christie, SPE, Heriot-Watt U., and M.J. Blunt, SPE, Imperial College (2001)



- Для исходной задачи представлены решения по 5 кодам:

— Landmark [Reservoir simulation](#)
— Chevron
— Geoquest
— Streamsim
— TotalFinaElf Streamline approach

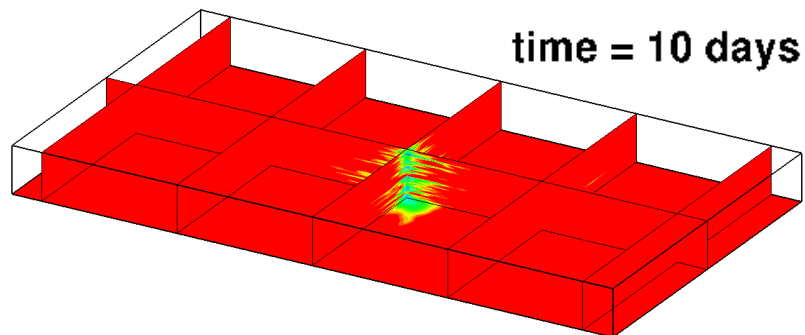
+ OPM Flow v2018.10 (Open Porous Media)

- Независимый исследовательский институт IRIS
- Европейская независимая исследовательская организация SINTEF
- Компания equinor (Statoil)

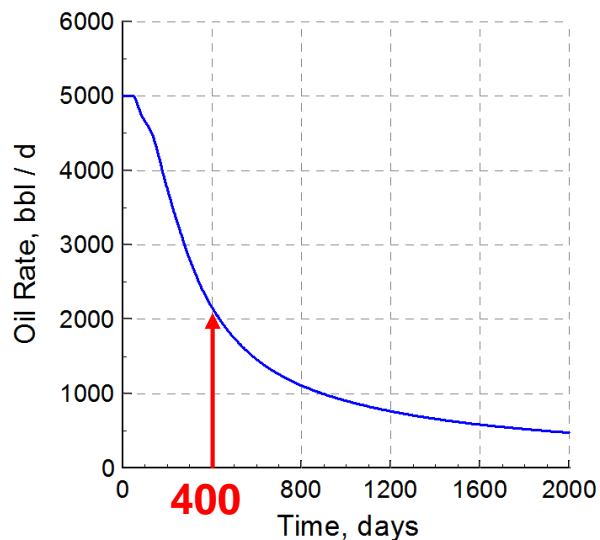
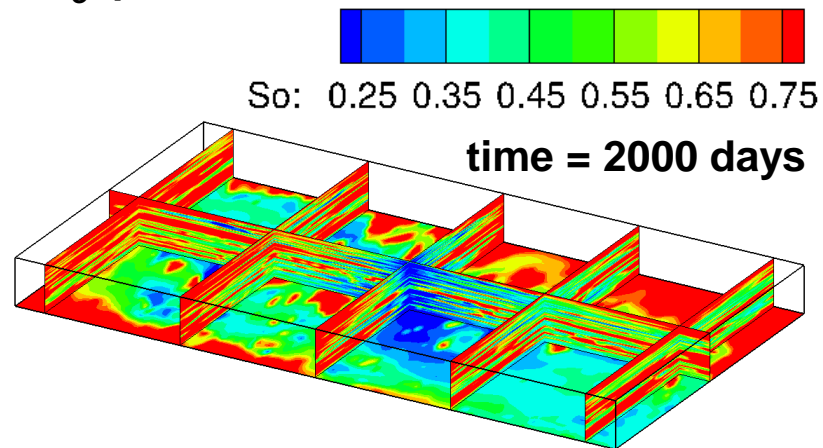
SPE10 – Результаты по коду SIN/Flag-S

SPE10 – Поле нефтенасыщенности (SINF/Flag-S)

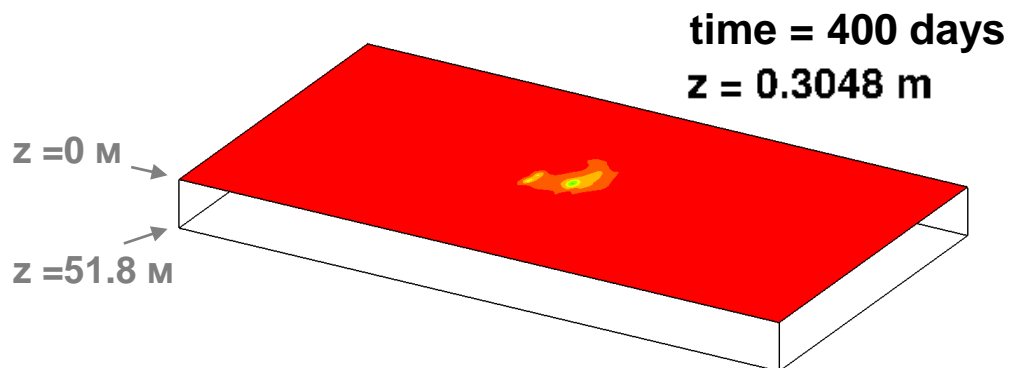
- S_o в сечениях в первые 400 дней:



- S_o финальное поле:

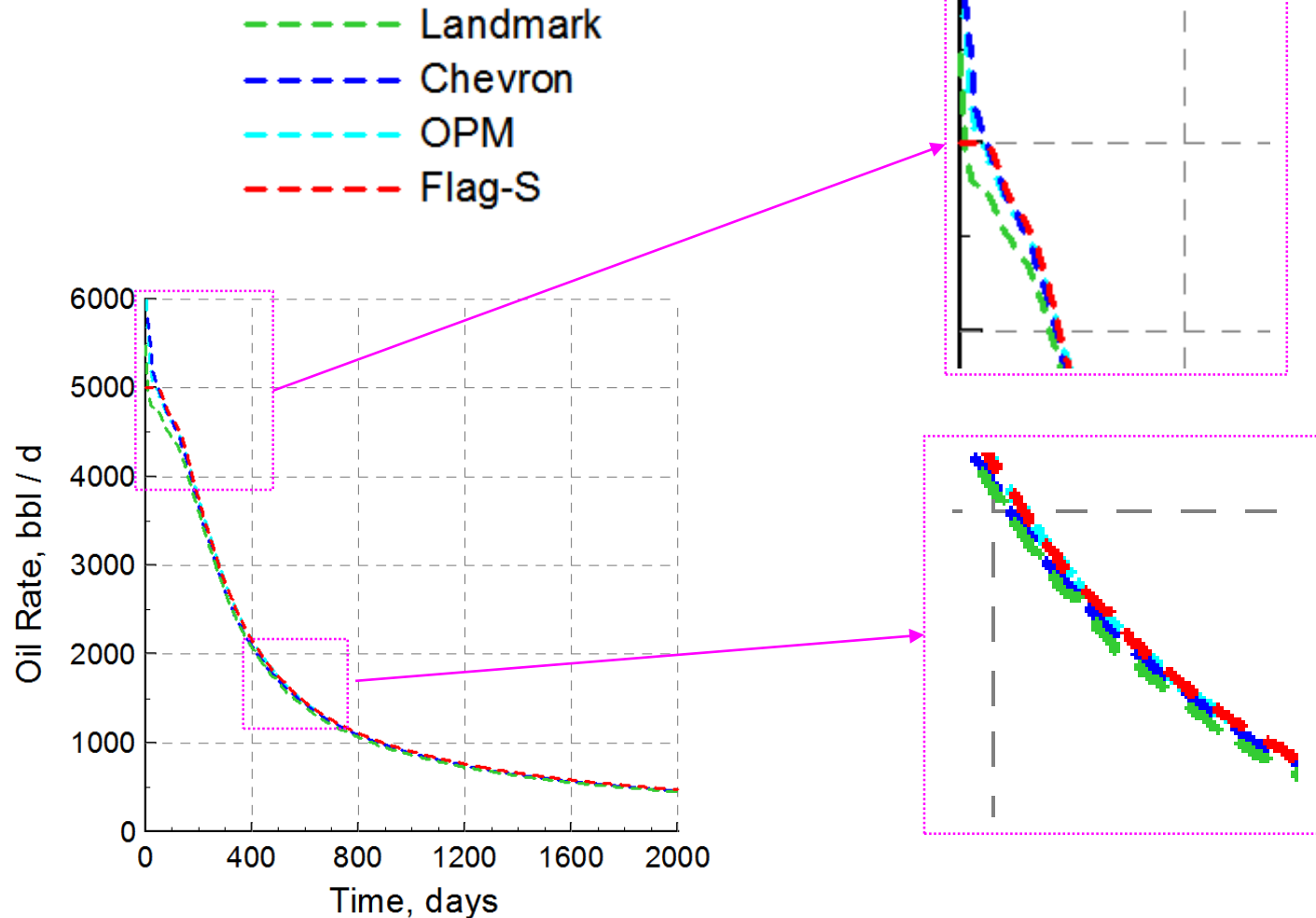


- S_o в горизонтальных сечениях для t=400 дней:



SPE10 – Сравнение результатов

- Зависимость объема добываемой нефти от физического времени
- Коды:



SPE10 – Сравнение производительности

- Приводится время расчета 200 дней физического времени:

- Сравнение кодов:

Код	Число ядер	Время, ч	$t / t_{\text{flag-s_mg}}$
Flag-S (MG)	60	3.5	1
OPM Flow (ILU0+BiCGStab)	16	36.6	10.4

- Сравнение линейных солверов в коде Flag-S (расчет на 60 ядрах)

Вариант расчета	Время, ч	$t / t_{\text{flag-s_mg}}$
MG	3.5	1
GMRES	21.2	6
P – MG, S – GMRES	7.4	2.1

Проблемы

- Пониженная эффективности многосеточного метода при решении задач с сильно неоднородными свойствами

Спасибо за внимание!