



Санкт-Петербургский политехнический университет
Кафедра «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен»

Программный код SINF/Flag-S – 2016

Реализация и модификация метода дробных шагов для
решения существенно нестационарных задач гидродинамики

Д.К.Зайцев, А.А. Пожилов, Е.М.Смирнов, [А.А.Смирновский](#)

e-mail: smirnovskysaha@gmail.com

Общая характеристика кода SINF/Flag-S

- Flag-S: **F**luids **a**nd **g**ases — **S**imulations
- Оперирует с неструктурированными сетками; параллелизован с помощью MPI
- Разрабатывается с 2005 г. по настоящее время (общее число разработчиков — около 15)
- Развивается в том числе как исследовательский код для освоения современных и разработки новых методов и технологий
- Служит для проведения фундаментальных исследований в области динамики вязкой жидкости
- Используется также и для решения задач промышленной гидродинамики и теплообмена
- Является «неотчуждаемым» (за исключением некоторых ответвлений)

Классы задач, решаемых с использованием кода SINF/Flag-S и его ответвлений

- Ламинарные и турбулентные течения жидкости
- Дозвуковые течения газа
- Теплообмен при вынужденной, свободной и смешанной конвекции в полях массовых сил (гравитационной, центробежной и силы Кориолиса)
- Задачи сопряженного теплообмена (без радиационного), включая процессы испарения и конденсации на границах раздела сред
- Задачи конвективно-диффузионного переноса примеси
- Течения со свободной поверхностью (метод Volume of Fluid)
- Течения в пористых средах

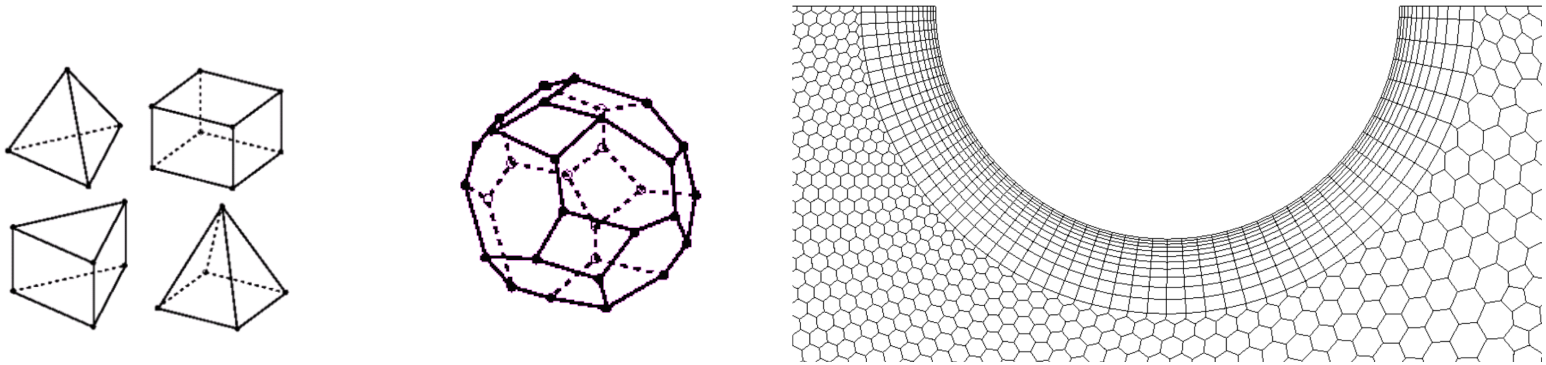
Ответвления от SINF/Flag-S (специализированные коды)

- Flag-FS (течения со свободной поверхностью; А.И.Храбрый, Принстонский университет, США)
- ТЕМБР (жидкие металлы; для ГК Росатом)
- СКАТ³ (сопряженный тепломассоперенос и др.; для ГК Роскосмос)

В разработке:

- Расчёт на деформируемых/подвижных сетках
- Высокоскоростные течения сжимаемого газа

Сетки и сеточные технологии, используемые в SIN/Flag-S



- Неструктурированные многоблочные (стыкуемые) сетки
- Подвижные деформируемые сетки
- Регулярная («узел в узел») стыковка на межблочных границах
- Собственная утилита для декомпозиции расчётной области и «сборки» решения с применением библиотеки METIS

Генерация сеток

- Использование коммерческих генераторов сеток (формат сетки Gambit)
- Использование открытой платформы SALOME, поддержка CGNS

Реализованные модели

- Вязкая текучая среда (уравнения Навье-Стокса)
- RANS-модели турбулентности: Спаларта-Аллмараса, $k-\omega$ (различные версии) и др.
- Вихреразрешающие модели турбулентности: LES, DES (различные версии)
- Расширенные («автоматические») пристенные функции
- Генератор входной синтетической турбулентности
- Модель Буссинеска для плавучести в поле объёмных сил
- Метода Volume-of-Fluid (VOF) для расчета течений со свободными поверхностями

Численные методы, реализованные в коде SINF/Flag-S

- Метод конечных объемов (второй порядок пространственной аппроксимации)
- Переменные «давление-скорость»
- Второй порядок аппроксимации по физическому времени (схема Кранка-Николсон или трёхслойная схема)
- Итерационные методы решения уравнений гидродинамики: (1) SIMPLEC, (2) схема Роджерса-Квака, (3) Coupled-схема на основе поправки Рхи-Чоу
- Безытерационный неявный метод дробных шагов (нестационарные задачи)
- Методы решения СЛАУ: Гаусса-Зейделя, CG, GMRES, GAMG (многосеточный алгебраическо-геометрический алгоритм)

Дополнительная информация

- Языки программирования: Fortran, C
- Параллельные вычисления: тип распараллеливания – одноуровневое MPI; рабочий диапазон: до 5000 процессов
- Тестирование кода: база основных рабочих тестов – около 30
- Для хранения кода и его ответвлений используется система контроля версий
- Можно подключать внешние библиотеки (BLAS, LAPACK, HYPRE)

Вихреразрешающие подходы к моделированию турбулентности

- Прямой численное моделирование (DNS)
- Explicit LES — моделирование крупных вихрей с моделью для подсеточной вязкости
- Implicit LES — использование численной диссипации вместо модельной подсеточной вязкости
- Гибридные RANS/LES подходы (DES и его модификации, зональная гибридизация)

Методы решения уравнений Навье-Стокса

- Итерационные: AFM, Rogers-Kwak, SIMPLEC, ...
- «Безытерационные»: PISO, метод дробных шагов

Метод дробных шагов (проекционный метод)

- В основном предназначен для задач с сильной нестационарностью (DNS турбулентных течений, вихреразрешающие подходы)
- «Классический» метод является явным по конвективным слагаемым \Rightarrow устойчив при числах Куранта < 1
- Требуется решения уравнения Пуассона для поправки давления
- В «классическом» методе применяется метод Кранка-Николсон \Rightarrow возможно появление нефизических осцилляций по времени

Алгоритм исходного метода дробных шагов

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{V} - \nabla \cdot (\vec{V} \vec{V}) \quad \vec{V}^{n+1} = \vec{V}^n + \Delta \vec{V}$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad p^{n+1} = p^n + \Delta p \quad n, n+1 - \text{шаги по времени}$$

Схема Кранка-Николсон

$$\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} + \nu \nabla^2 \vec{V}^{n+1/2} - \nabla \cdot (\overline{\vec{V} \vec{V}}^{n+1/2})$$

$$\overline{\vec{V} \vec{V}}^{n+1/2} = 1.5 \vec{V}^n \vec{V}^n - 0.5 \vec{V}^{n-1} \vec{V}^{n-1}$$

Предиктор

$$\frac{\vec{V}^* - \vec{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^n + \frac{1}{2} \nu \nabla^2 (\vec{V}^* + \vec{V}^n) - \nabla \cdot (\overline{\vec{V} \vec{V}}^{n+1/2})$$

Корректор

$$\left. \begin{aligned} \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^*}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho} \nabla (p^{n+1} - p^n) \\ \nabla \cdot \vec{V}^{n+1} &= 0 \end{aligned} \right\} \Delta t \nabla^2 (\Delta p) = \rho \nabla \cdot \vec{V}^* \quad \longrightarrow \quad \vec{V}^{n+1} = \vec{V}^* - \Delta t \frac{\nabla (\Delta p)}{\rho}$$

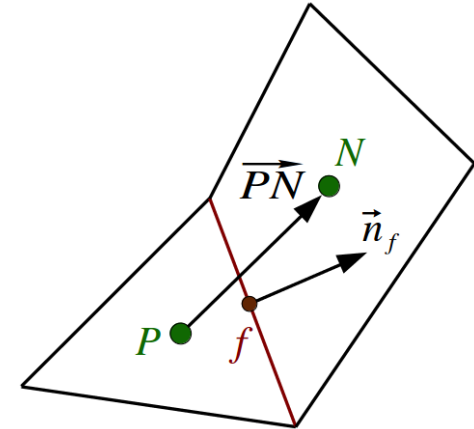
Исходный метод дробных шагов: дискретизация по МКО

Дискретизированное по МКО уравнение Пуассона для приращения давления Δp :

$$\Delta t \sum_f \frac{\Delta p_N - \Delta p_P}{\vec{PN} \cdot \vec{n}_f} |\vec{S}_f| = \sum_f \left(\rho \vec{V}_f^* \cdot \vec{S}_f + \Delta G_{RC} \right)$$

ΔG_{RC} – поправка Рхи-Чоу:

$$\Delta G_{RC} = -C_{RC} \Delta t \frac{\left(p_N^n - p_P^n - \overline{\nabla p_f^n} \cdot \vec{PN} \right)}{\vec{PN} \cdot \vec{n}_f} |\vec{S}_f|$$



Данная поправка призвана подавить нефизические осцилляции давления

Скорость и массовый расход на слое $n+1$ рассчитываются по отдельности:

$$G_f^{n+1} = \rho \vec{V}_f^* \cdot \vec{S}_f + \Delta G_{RC} - \Delta t \frac{\Delta p_N - \Delta p_P}{\vec{PN} \cdot \vec{n}_f} |\vec{S}_f|$$

$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^* - \Delta t \frac{\nabla(\Delta p)}{\rho}$ градиент от приращения давления Δp вычисляется методом наименьших квадратов

Поправка на скошенность
для уравнения Пуассона:

$$\left. \frac{\partial \Delta p}{\partial n} \right|_f \approx \frac{\Delta p_N - \Delta p_P}{\vec{PN} \cdot \vec{n}_f} + \overline{\nabla(\Delta p)_f} \cdot \left(\vec{n} - \frac{\vec{PN}}{\vec{PN} \cdot \vec{n}_f} \right)$$

Модификация алгоритма

Трехслойная схема по времени с неявной аппроксимацией конвективных слагаемых

Предиктор:
$$\frac{3\vec{V}^* - 4\vec{V}^n + \vec{V}^{n-1}}{2\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^n + \nu \nabla^2 \vec{V}^* - \nabla \cdot (\overline{\vec{V}^{n+1}} \vec{V}^*)$$

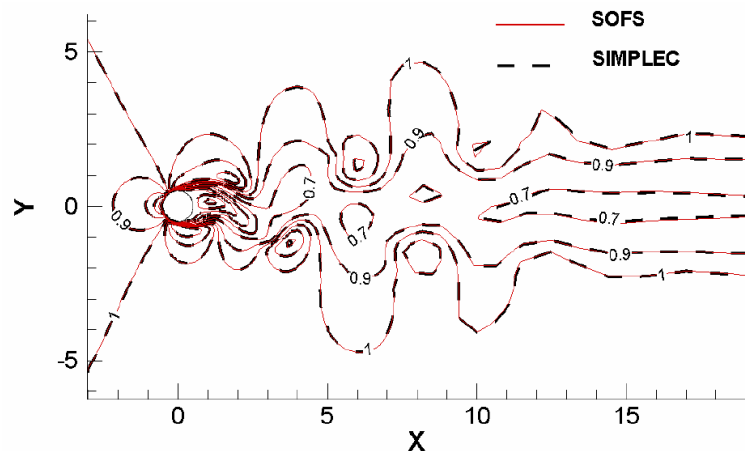
Корректорный шаг без изменений

$$\overline{\vec{V}^{n+1}} = 2\vec{V}^n - \vec{V}^{n-1}$$

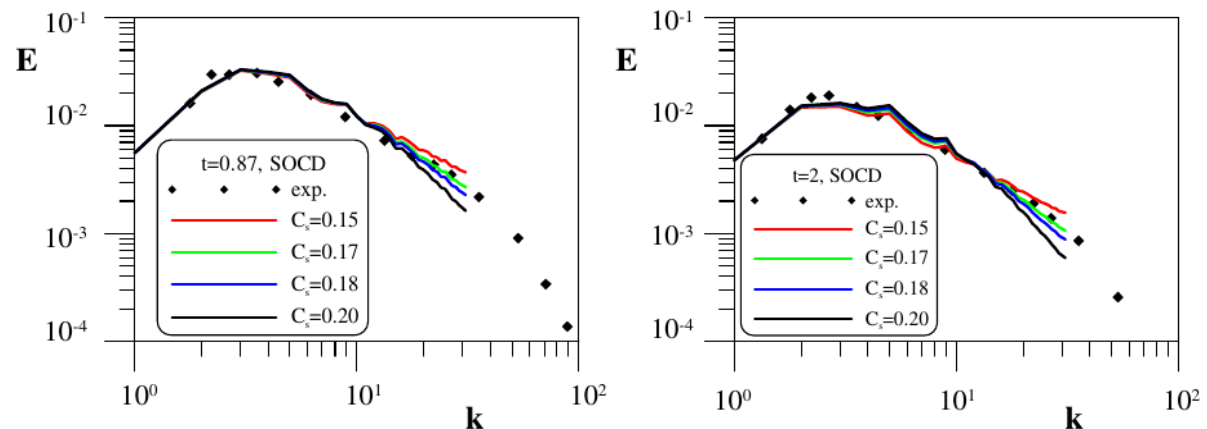
Данная схема позволяет считать задачи с числом Куранта $Cu \sim 10$ и обеспечивает лучшую устойчивость на сильно скошенных сетках по сравнению с исходной

Тестирование

Дорожка Кармана



Затухание однородной изотропной турбулентности

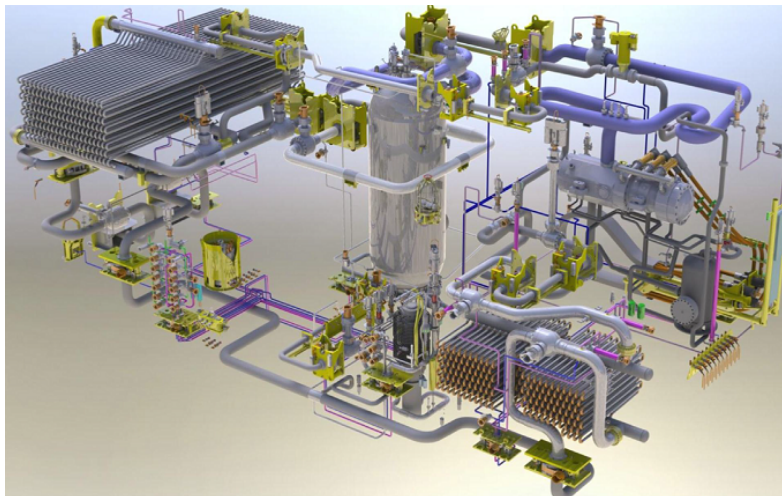


Пример расчёта: DNS свободной конвекции вблизи модели
глубоководной газоперекачивающей компрессорной установки

Глубоководная газоперекачивающая компрессорная установка

(иллюстрации взяты с сайта компании Statoil, Норвегия)

Общий вид

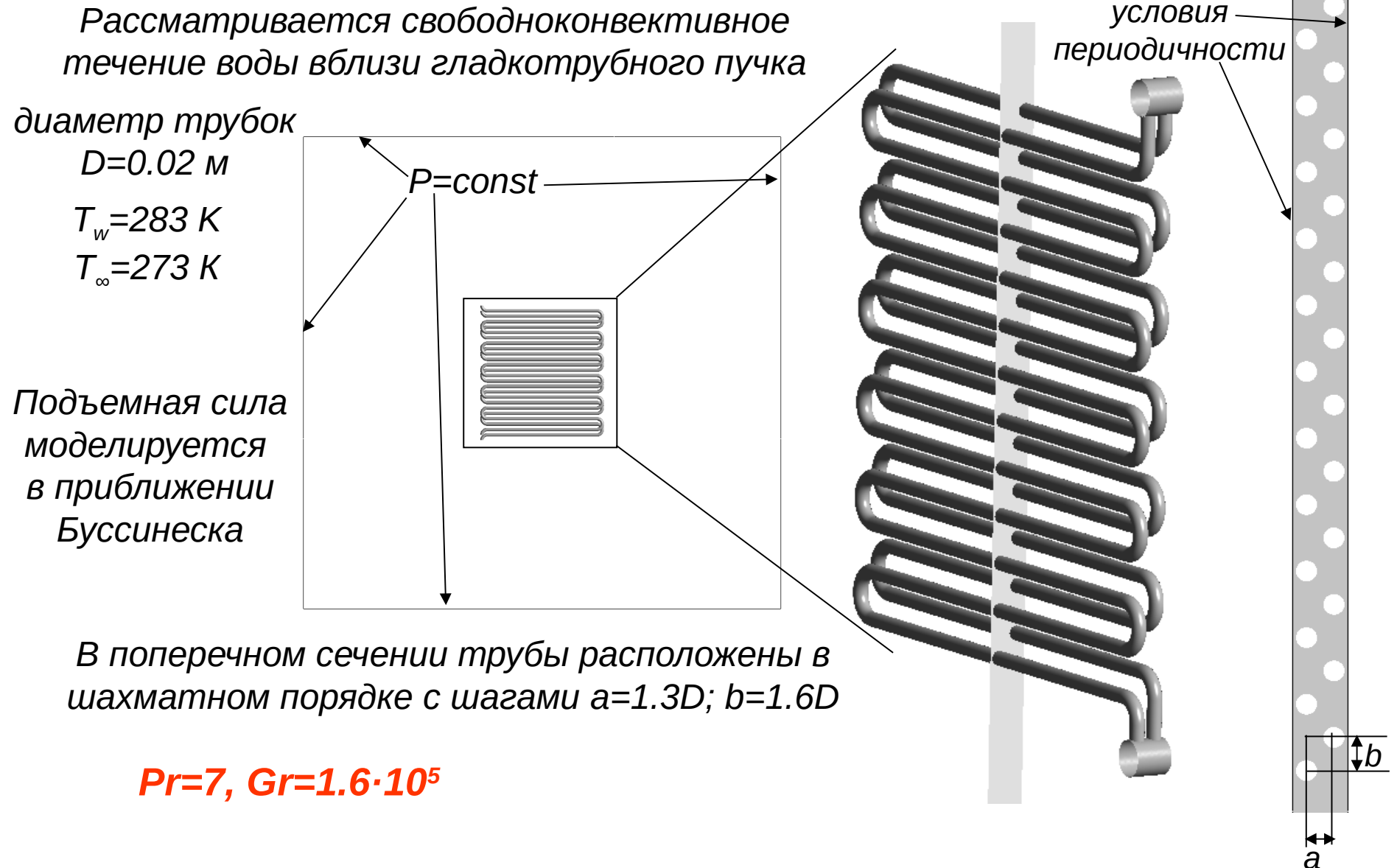


Вид компрессорной установки изнутри

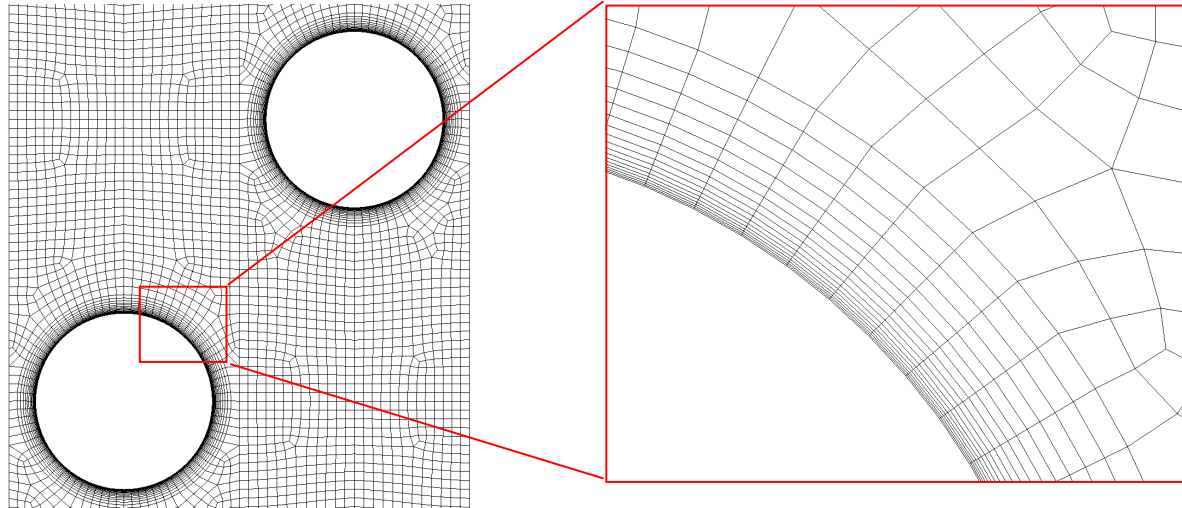


Глубоководный трубчатый теплообменник

Постановка модельной задачи с условиями периодичности (случай теплообменника неограниченного по размаху)

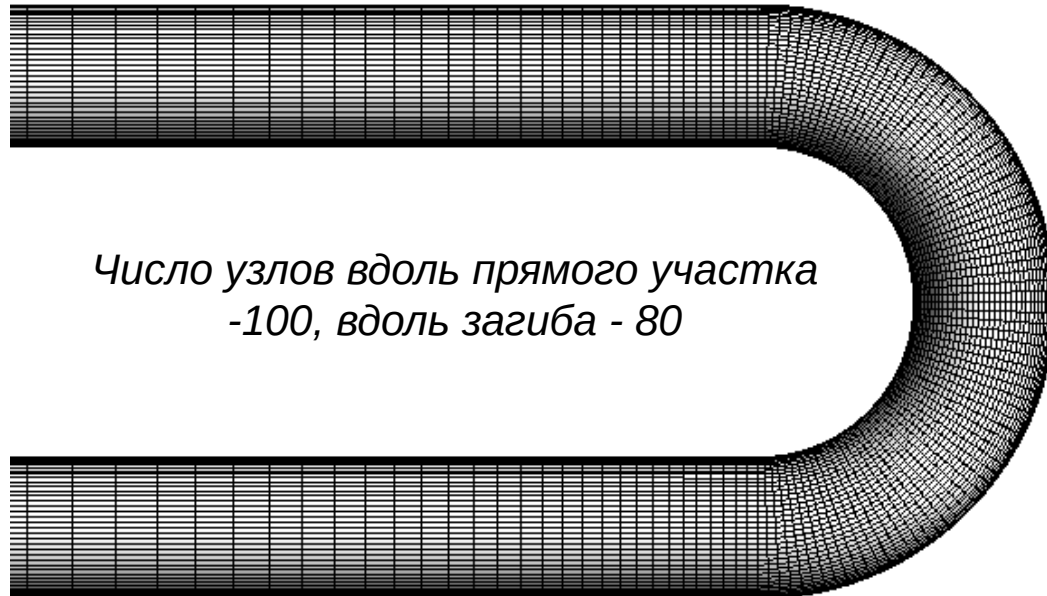


Фрагменты расчетной сетки



для задачи с условием
периодичности
размерность сетки

13.6 млн. ячеек



*Число узлов вдоль прямого участка
-100, вдоль загиба - 80*

Модели теплообменника, конечного по размаху

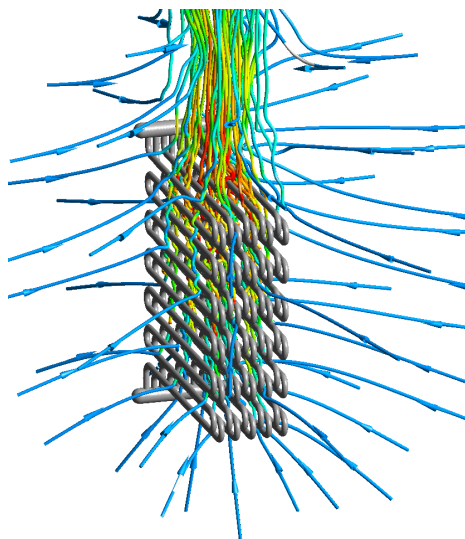
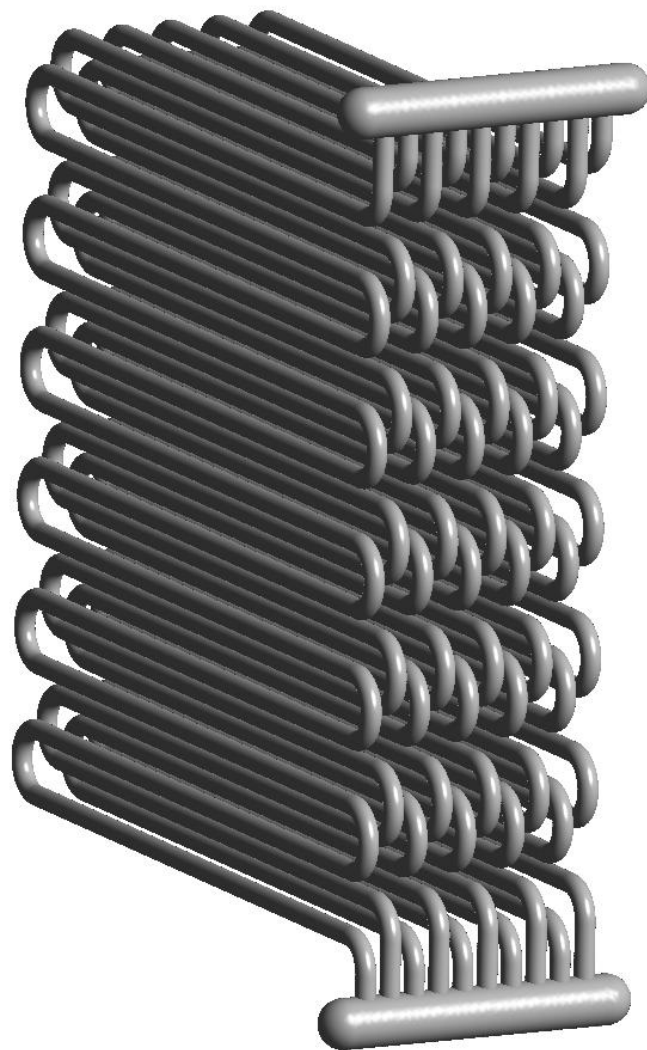
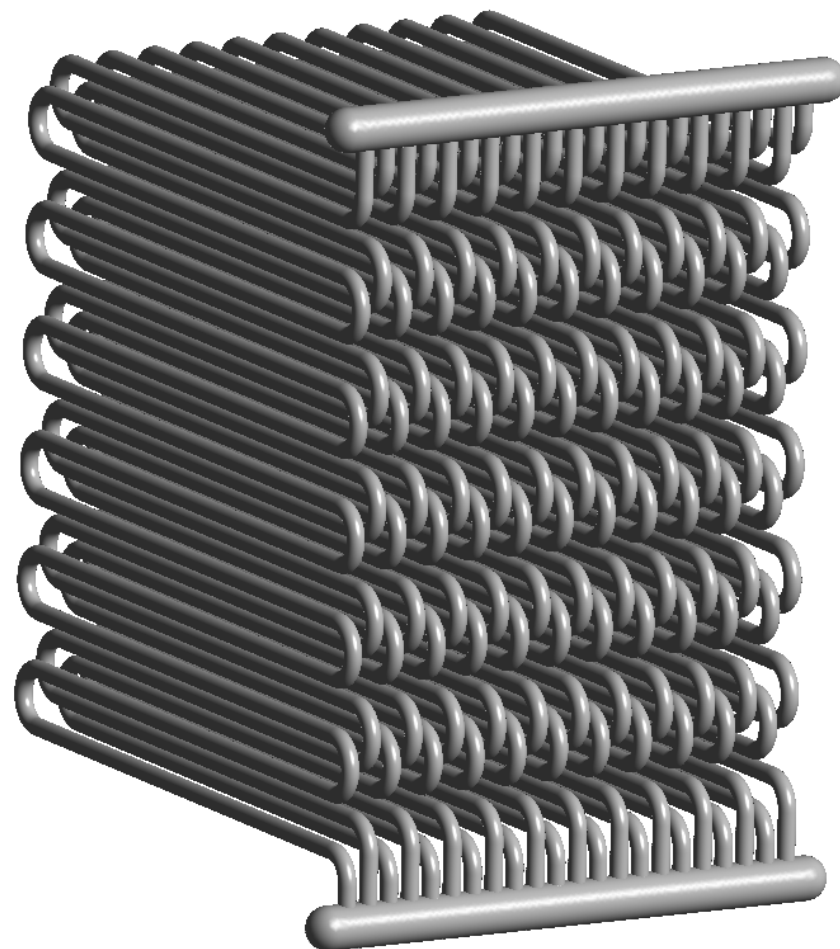


Схема течения



10 рядов труб (120 прямых
участков и 120 поворотов)

сетка 75 млн. ячеек



22 ряда труб (264 прямых
участка и 264 поворота)

сетка 150 млн. ячеек

Вычислительные ресурсы

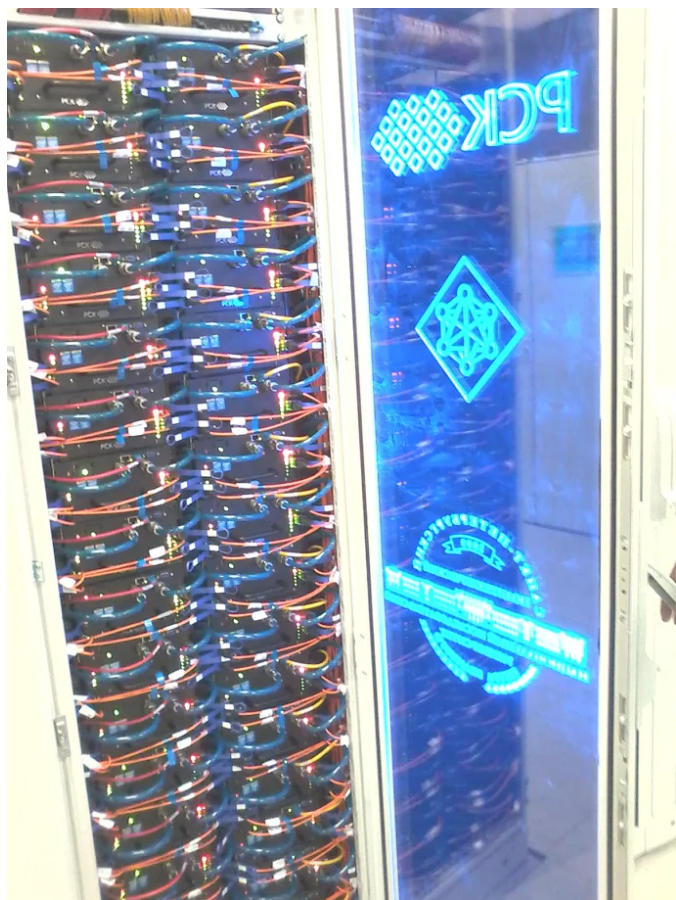
Расчеты проведены на кластере Суперкомпьютерного центра «Политехнический»

Количество узлов: 612 (2 x Intel Xeon CPU E5-2697 v3 @ 2.60GHz)

Кол-во ядер на узле: 28

Память: 64G

Сеть: 56Gbps FDR Infiniband



*Период установления течения составляет
~100 с физического времени*

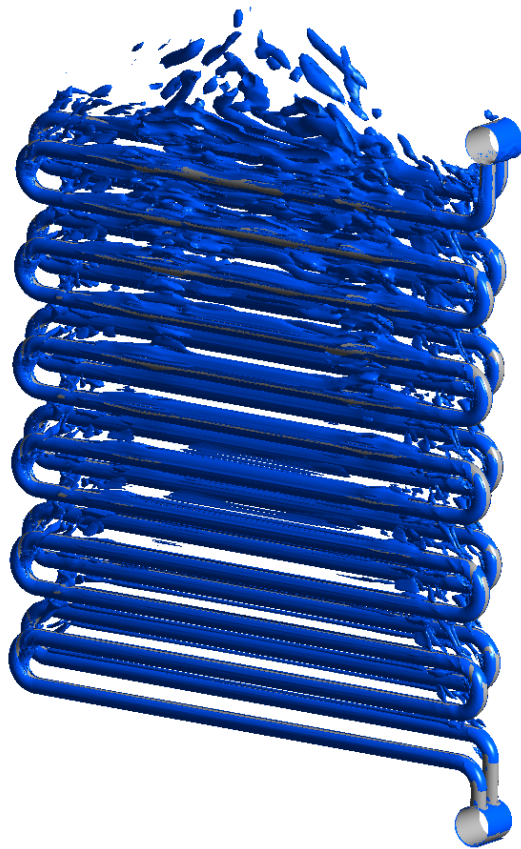
Для осреднения полей требуется ~150 с

*Максимальный шаг по физическому
времени 0.004 с*

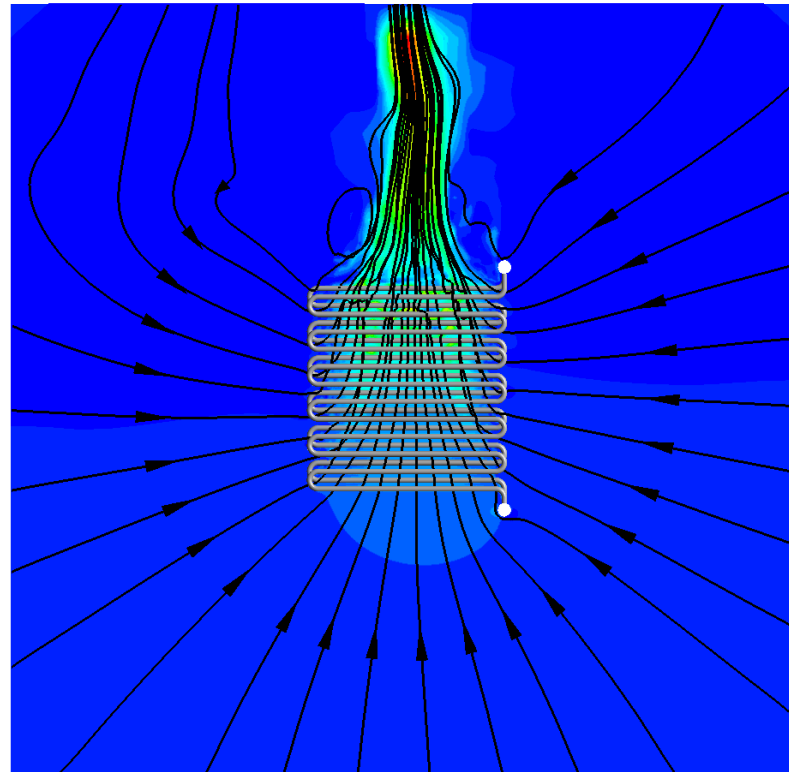
10-рядный теплообменник: для получения представительной выборки (150 с) расчет с использованием 448 ядер занял две недели

22-рядный теплообменник: расчет велся с использованием 896 ядер, время расчета также около двух недель

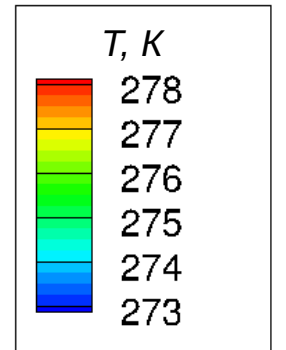
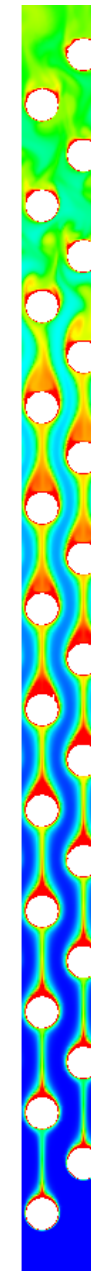
Результаты для модели неограниченного по размаху теплообменника



Изоповерхность Q -
критерия

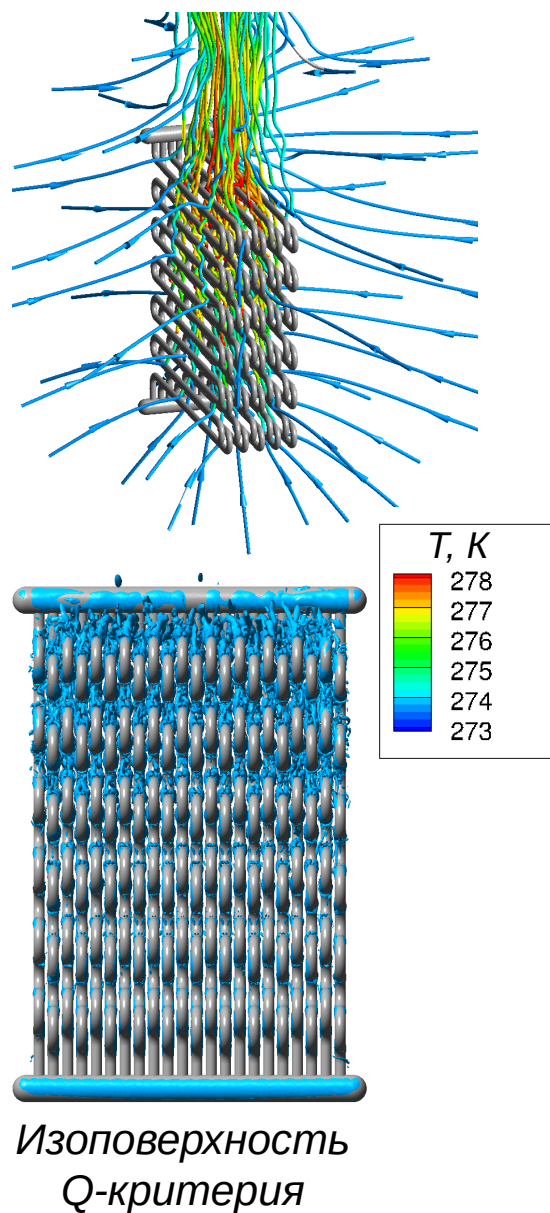


Поле вертикальной
составляющей скорости и
линии тока

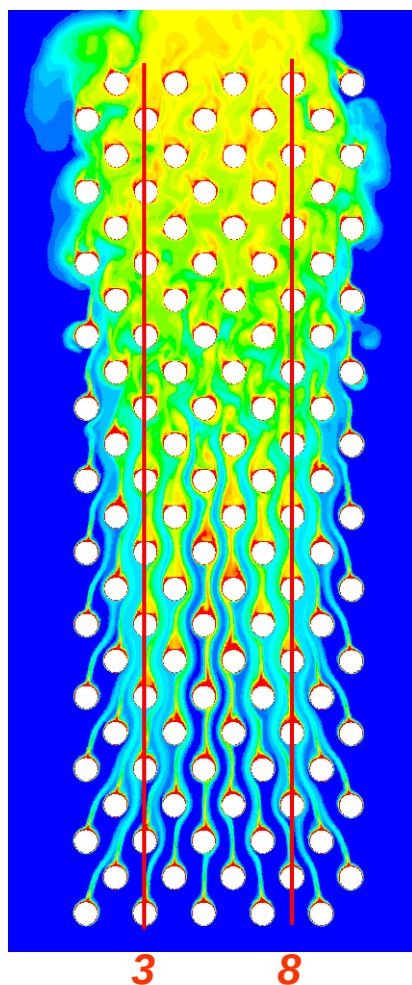


Поле
температуры
в поперечном
сечении

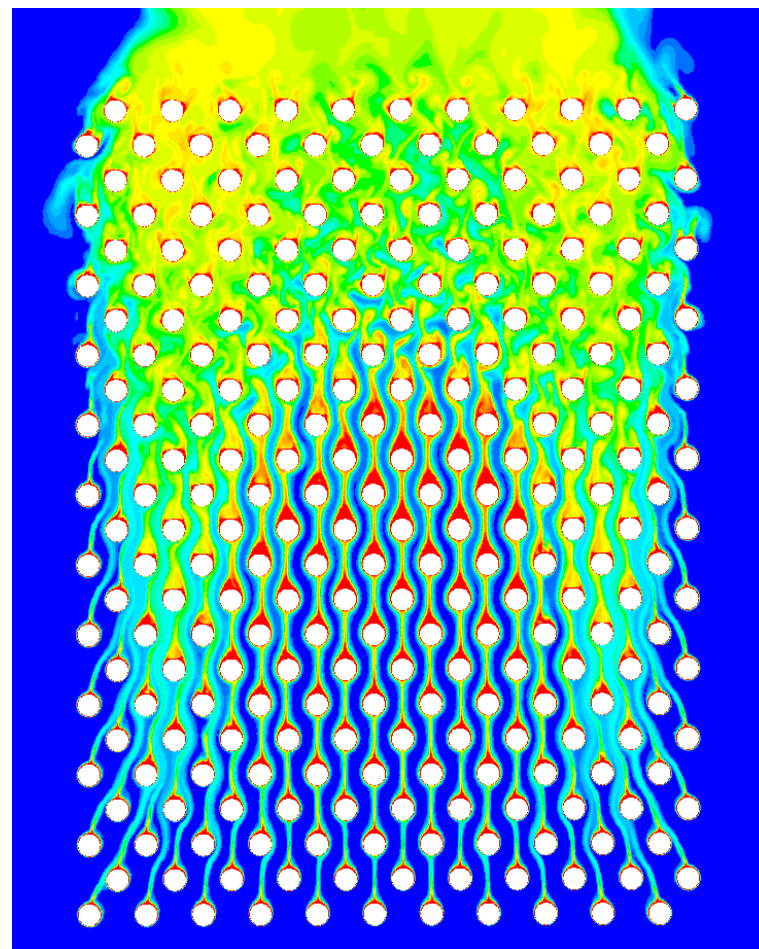
Результаты для моделей конечного по размаху теплообменника



10 рядов труб



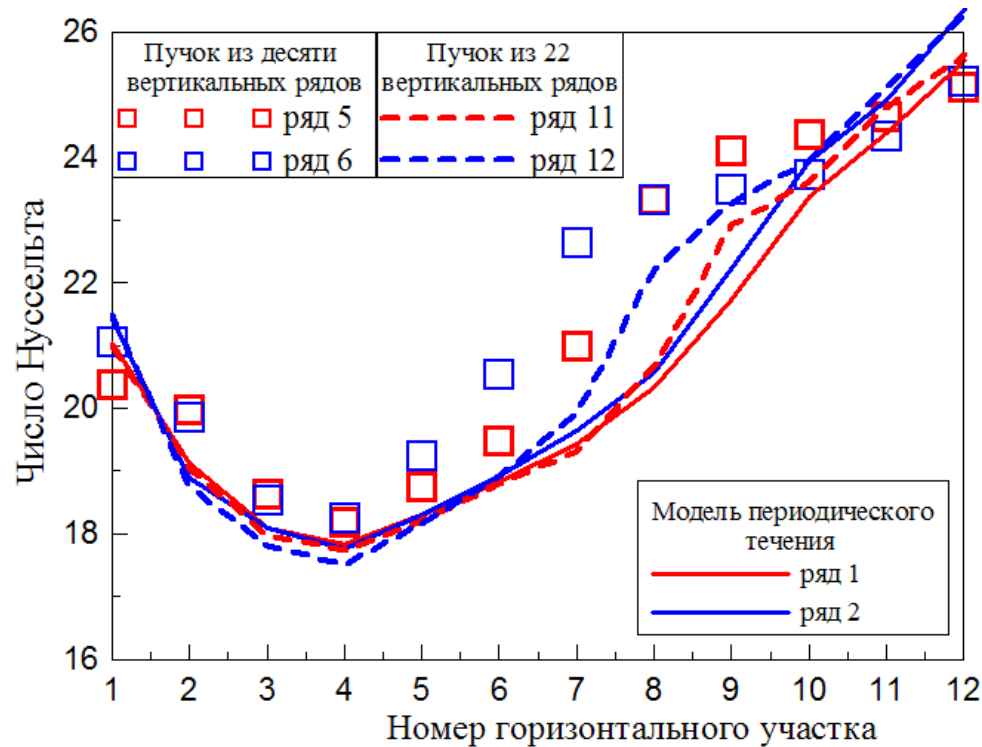
22 ряда труб



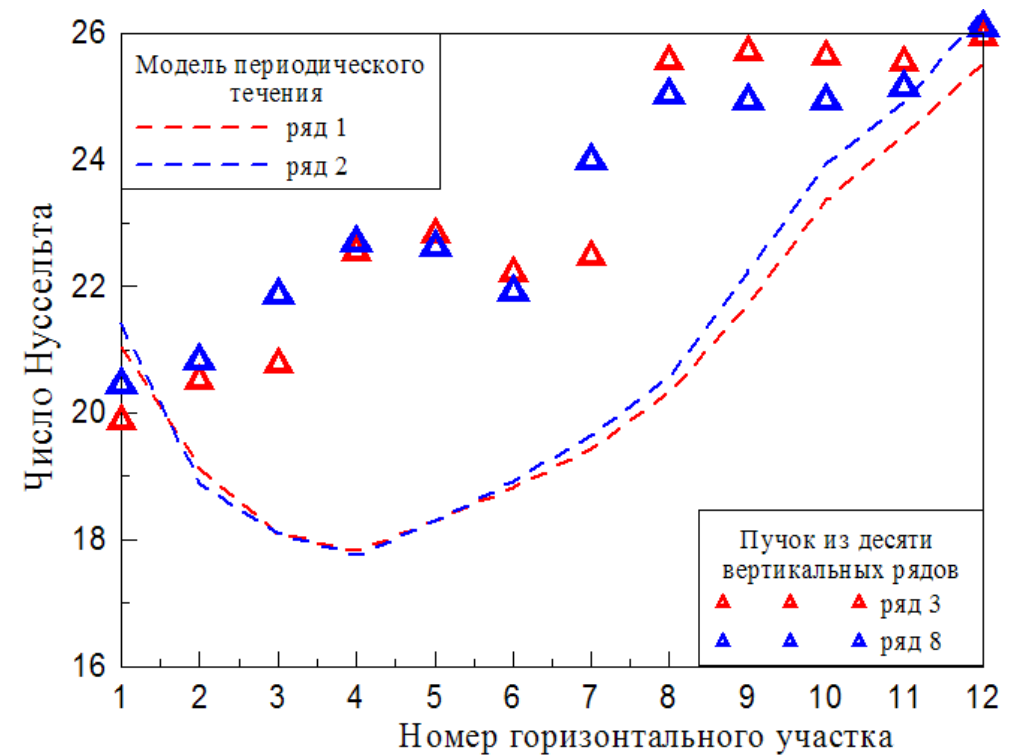
Поля температуры в поперечном сечении по центру
теплообменника

Интегральные характеристики, сравнение исследованных постановок

Теплоотдача в центральных рядах



Теплоотдача в боковых рядах



Осреднённое по времени и по площади прямых
участков труб число Нуссельта

Интегральные характеристики, сравнение исследованных постановок

*Осреднённое по времени и по всей площади
гладкотрубного пучка число Нуссельта*

Постановка	Среднее число Нуссельта
10 рядов	21.08
22 ряда	20.86
периодическая	20.46

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Стремительный рост вычислительных мощностей и известные недостатки RANS моделирования определяют очень широкое применение вихреразрешающих методов
- Для «массовых» вихреразрешающих расчетов внешних и внутренних турбулентных течений при числах Re , превышающих 10^4 можно рекомендовать «универсальный» гибридный LES/RANS метод IDDES-SST, а при меньших числах Re – метод Implicit LES. Для расчета свободных (открытых) и квази-свободных течений все большей привлекательностью обладает метод Implicit LES
- Создание эффективных вычислительных кодов, нацеленных на использование вихреразрешающих подходов и способных оперировать с сетками больших размеров (10^9 и выше ячеек), является актуальной задачей
- Предложенная модификация метода дробных шагов позволяет существенно повысить его устойчивость при расчётах на сильно скошенных сетках при больших числах Куранта

Спасибо за внимание!